SPECIMEN ASTRONOMICUM

QUOD EXHIBET PUBLICE PROPUGNANDUM

IN AULA NOBILIS COLLEGII PTOLEMÆI

MARCHIO JOANNES BAPTISTA

LITTA MODIGNANI

PATRICIUS MEDIOLANENSIS

IN EODEM COLLEGIO CONVICTOR

SUB CLER. REGUL. SCHOL. PIAR. DISCIPLINA

PHILOSOPHIÆ AC MATHESEOS AUDITOR

ET ACADEMIÆ INNOMINATORUM

PRO-PRINCEPS.

Facta cuilibet opponendi post tertium facultate.



SENIS. MDCCLXXXVI.

Excudebant Vincentius Pazzini Carli & Fil.

Superioribus adnuentibus.

Nature, and Nature's laws lay hid in night;
God said; let Newton be, and all was light.

Pope.

I. PUnctum eſt, ajebat Seneca, in quo navigamus, in quo bellamus, in quo regna diſponimus; ſurſum ingentia ſpatia ſunt, in quorum poſſeſſionem animus admittitur. Inertem igitur ſedem relinquamus, oculis Cœlum luſtremus, ut poſſimus & animo percurrere.

II. Itaque Cœlum noctû ſuſpicientibus nobis innumera propemodum ſidera ab Ortu in Occaſum converti, ut diu Sol, & ad idem Cœli punctum redire intra 24.[h] circiter ſpatium conſpiciuntur; Lunam videmus eumdem ac ſidera proſequi curſum, & inſuper motû quodam proprio ita Orientem verſus paullatim recedere, ut 27.[d] circiter prope idem ſidus, a quo curſum incepit, ſe reſtituat. Facillime tandem quinque ex ſideribus inſpectamus curvilineo, & proprio ſingula motu procedere, Zodiacum, æque ac Solem percurrere, orbitaſque Eclipticæ valde proximas deſcribere; Quæ iccirco ſidera *errantia*, ſeu *Planetas* nuncupamus.

III. Ut igitur ad hæc, & ſexcenta alia ejuſdem generis phænomena animus admitti poſſit, ut horum motuum cauſſas, rationeſque, quibus conficiuntur intelligat, fundamenta primum jaciamus oportet; De motu quippe curvilineo agendum.

DE MOTU

IN TRAJECTORIIS GENERATIM.

THEOREMA I.

IV. Proiiciatur punctum quodlibet vi, & directione AB, ſingulisque tempuſculis attrahatur in punctum immobile C, ſeu vi quadam centripeta AD verſus C continenter urgeatur, hoc punctum curvam deſcribet, quæ *Trajectoria* dici conſuevit. (Fig. 1.)

Cor. Cum hujuſmodi curva vi *projectili*, & *centrali* deſcripta, cavitatem puncto fixo C ſemper obvertere debeat, punctis ſane flexûs contrarii, vel regreſſûs careat oportet, ſed eo ipſius curvedo augebitur, quo major erit ratio vis centralis ad projectilem, & viciſſim; Id quod tamen verum univerſè erit, ſi vis projectilis in omnibus curvæ punctis æquabilis conſtanti quantitate deſignetur, & ſi harum virium directiones eumdem ſemper angulum effecerint.

Sch. Etsi, *æquabilis*, *uniformis* &c. vis projectiiis nuncupetur, non tamen intelligendum est eam æquali tempore actionem æqualem semper exerere, sed hoc pacto distinguitur a centrali, quæ, ut infra videbimus, est vis continuo acceleratrix.

THEOR. II.

V. Trajectoria dictis viribus descripta in eodem plano jacet cum centro virium C, & prima directione projectionis A B.

THEOR. III.

VI. Area arcu quovis curvæ definita, & duobus radiis (qui *radii vectores* dicuntur) ex centro virium ductis ad extrema arcûs puncta proportionalis est tempori, quo arcus ipse percurritur. (Fig. ead.)

Cor. 1. Hinc luculentissima fit lex Kepleriana, in qua statuitur sectorem A C E se habere ad sectorem E C G, ut tempus, quo describitur A E ad illud, quo describitur E G.

Cor. 2. Cum autem arcus A E infinitè parvus ponatur, & ideo triangulum A C E pro rectilineo haberi possit, liquet, esse tempus $T = \frac{AC \times EF}{2}$, & in æqualitate rationis $= AC \cdot EF$.

Cor. 3. Data igitur sectoris S certo tempore descripti magnitudine tempus periodicum eo majus erit, quo major integræ orbitæ area A, & vicissim; data vero areæ magnitudine eo majus idem tempus erit, quo minor fuerit sector certo tempote desctiptus, & vicissim; scilicet $T = \frac{A}{S}$.

THEOR. IV.

VII. Quod si contra moveatur corpus per curvam quamcumque, & areæ, quas verrit radius vector sint temporibus proportionales, illud urgeri vi centripetâ dicetur in unum, idemque punctum C.

THEOR. V.

VIII. Si viribus quibuscumque centrum virium urgeatur, corpus autem quodpiam præter vires in ipsum directas viribus urgeatur eadem & magnitudine, & directione, curvam lineam mobilem circa centrum cum ipso describet, ita tamen, ut areæ sint temporibus proportionales. (Fig. 11.)

Cor.

Cor. 1. Quod si vicissim describat punctum circa centrum mobile areas temporibus proportionales, præter vires ipsi centro communes, aliam in ipsum directam habebit.

Cor. 2. Si vero vis in centrum directa repulsiva fuerit non attractiva, eadem sane argumentatio recurret, hoc tantum discrimine, quod in prima determinatione curva obvertit centro convexitatem, in altera cavitatem.

THEOR. VI.

IX. Corporis velocitas C in diversis orbitæ punctis eo est major, vel minor, quo tangentes per ea puncta ductæ fuerint propiores, vel remotiores a centro virium; nimirum, quo perpendicula P ex centro in eas demissa fuerint minora, vel majora; h. e. $C = \frac{1}{P}$.

THEOR. VII.

X. Celeritas corporis Trajectoriam describentis uniformiter augetur, & minuitur, vel eadem semper manet, prout radius vector efficit cum curva, vel ejus tangente angulum acutum, & obtusum, vel rectum. (Fig. III.)

Cor. Ergo si corpus in circulo revolvatur ejus celeritas æquabilis continuo manebit.

THEOR. VIII.

XI. Angulus, quum ad centrum virium comprehendunt radii vectores arcum certo tempore descriptum intercipientes, seu *celeritas angularis vera* corporis exiguum arcum percurrentis est in reciproca duplicata ratione distantiæ mediæ SI, seu est $C = \frac{1}{SI^2}$ (Fig. IV.).

Cor. Hinc ratio Trajectoriæ figuram determinandi; scilicet motum angularem verum alicujus Planetæ per quædam intervalla fere æqualia observamus; has deinde observationes erroribus subjectas methodo Brayerana *interpolamus*, erroresque insensibiles ferme evadunt.

THEOR. IX.

XII. Vi centripetâ, & projectili sub obtuso angulo concur-

 ren-

rentibus; recedit corpus a centro virium; sin vero sub acuto concurrant, accedit. (Fig. V. VI.)

Cor. Quoniam corpus circuli peripheriam describens numquam distantiam a centro variat, igitur hoc in casu sub angulo recto vires concurrere perspicuum est.
Sc. Ut corpus per curvam circularem incedat non sufficit, vires angulum rectum conficere, sed insuper oportet, ut manente vi centripeta A S (Fig. VII.) maneat semper constans vis tangentialis A L.

Theor. X.

XIII. Centro virium S (Fig. VIII.) describatur circulus T M N, cujus area æqualis sit areæ a Trajectoria A N P M comprehensæ; 1.° Dum corpus versatur in punctis M, N intersectionis, *vera* ejus angularis velocitas æquatur *mediæ*, seu ejus motus respectu centri virium est æquabilis; dum versatur in punctis extra circulum *vera* est minor *media*; dum intra circulum major.

Cor. Itaque quo major fuerit angulus intersectionis, eo citius velocitas angularis vera a media discrepabit.

Theor. XI.

XIV. In Trajectoria regulari, eâ scilicet in qua æquantur radii vectores, qui utrinque ad centrum virium S angulos æquales efficiunt, tempus, quo corpus ab una apside ad aliam pervenit semirevolutionem periodicam apertissime indicat. (Fig. IX.)

Theor. XII.

XV. Quod si è puncto E ad punctum C corpus pergens per apsidem superiorem A transierit, (Fig. ead.) tempus minor erit semirevolutione, si vero transierit per inferiorem P, erit major.

Cor. Hinc videre est apud Caillium methodum expeditam determinandi transitûs planetæ alicujus per lineam apsidum.

Theor. XIII.

XVI. Describat mobile curvam quamcumque, quam osculetur in puncto B circulus D B C (Fig. X.) cujus centrum extra focum curvæ F situm sit, vim corporis centralem W exprimet formula $W = \frac{1}{FI^2 \times BS}$.

Cor.

Cor. Ob triangula fimilia FBE, BES eft etiam $W = \frac{FB}{BE \times FT^3}$.

THEOR. XIV.

XVII. Quod fi hujufmodi curva ex iis fuerit, quæ a coni fectione oriuntur vis centralis erit inversè ut quadratum diftantiæ a foco F feu erit $W = \frac{1}{BF^2}$.

Cor. Si ergo mobile hac vi urgeatur aliquam ex Conicis Sectionibus defcribet.

Sc. Determinatio hujus Sectionis a tangentiali pendet velocitate in projectionis loco, aut alio curvæ puncto. Equidem demonftrari poteft Bofcovichii, & Scherfferi veftigiis eam fore vel hyperbolam, vel Parabolam, vel Ellipfim prout primæ projectionis velocitas fuerit major, æqualis, aut minor eâ per vim acquifitâ in defcenfu libero ab altitudine æquali diftantiæ loci projectionis a foco, quem occupat virium centrum.

DE MOTU

IN CURVA CIRCULARI, ET ELLIPTICA:

THEOR. XV.

XVIII. Corpus, quod celeritate conftanti K circulum percurrit, cujus radium fit R agitur vi centripeta $W = \frac{K^2}{2R}$, & in æqnalitate rationis $= \frac{K^2}{R}$. (Fig. VII.)

Cor. Itaque celeritas quæ corpori indenda eft unica eft, & determinata. Eft enim $K = \sqrt{2WR}$.

THEOR. XVI.

XIX. Si tempus, quo mobile peripheriam circuli abfolvit nuncupetur Θ, & fuperiores denominationes ferventur obtinebitur $W = \frac{R}{\Theta^2}$.

Sci-

Scilicet vis centralis in circulo ſequitur rationem compoſitam ex directa radii, & reciproca duplicata temporis periodici.

Cor. Cum igitur in circulis ſit $W = \frac{R}{\Theta^2}$ ſi fuerit $\Theta^2 = R^3$ erit $W = \frac{1}{R^2}$, & ſi fuerit $W = \frac{1}{R^2}$ erit $\Theta^2 = R^3$.

THEOR. XVII.

XX. Celeritas K, qua projiciendum eſt corpus, ut vi centripeta W curvam circularem deſcribat ea eſt, quam per dimidium radium A o (Fig. ead.) labendo motu uniformiter accelerato demum acquireret.

Sc. Equidem cum hanc Theoriam univerſam ad aſtrorum motus referre mens ſit, nullam proinde mentionem fecimus de maſſa corporis viribus centralibus circumacti. In illis quippe vis centripeta eſt ipſa gravitas univerſalis, qua in centra ſuorum motuum continenter urgentur. Sed ſi machinis *virium centralium* experimenta inſtituantur ratio maſſarum, quæ in gyrum aguntur omnino habenda eſt. Scilicet ſi maſſa per M deſignetur, formula, quam Theor. XVI. ſtatuimus abibit in $W = \frac{MR}{\Theta^2}$, ex qua phænomenorum omnium, quæ exhibent hujuſmodi machinæ explicatio, & demonſtratio ſua veluti ſponte fluunt.

THEOR. XVIII.

XXI. Aſſumpto arcu P Q ellipſeos (Fig. XI.) infinite parvo, ductaque per punctum P tangente *g* P G, & è puncto Q recta Q R parallela P S punctum P cum foco S connectenti, demittatur Q T ad eamdem S P perpendicularis; erit $\frac{QR}{QT^2} = 1$.

THEOR. XIX.

XXII. Si corpus per eamdem curvam viribus centralibus actum incedat, & eadem retineatur conſtructio, erit vis centripeta $W = \frac{RQ}{SP^2 \times QT^2}$.

Cor. Atqui (ob Theor. XVIII.) $\frac{QR}{QT^2} = 1$; ergo $W = \frac{1}{SP^2}$. Scilicet vis centralis in curva elliptica eſt in ratione reciproca duplicata diſtantiæ a foco, & viciſſim. (Th. XIV.)

THEOR.

Theor. XX.

XXIII. Revolvantur duo corpora in diverſis ellipſibus circa idem centrum, & ſint quadrata temporum periodicorum ut cubi mediarum ab eodem centro diſtantiarum, eorum vires ſemper erunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a foco.

Cor. Ergo (quia Th.III.*Cor.*3. $T = \frac{A}{S}$, & quia ob rationis æqualit. eſt $W = RQ$), erit $W \times T^2 = \frac{RQ \times A^2}{S^2}$. Sit Semiaxis major M, minor B, erit $A^2 = M^2 B^2$, & $S^2 = SP \times RT^2$, his ſubſtitutis, $W = \frac{RQ \times A^2 B^2}{SP^2 \times RT^2 \times T^2}$. Jam parameter $P = \frac{B^2}{A} = \frac{QT^2}{RQ}$, ergo &c.

His breviter expoſitis ad Theoriam cœleſtem ſtatuendam gradum faciamus, ad eam quidem, quam Pythagorici imaginati ſunt, Keplerus conſtruxit, Newtonus perfecit.

DE UNIVERSI SYSTEMATE.

XXIV. Quemadmodum in terræ viciniis corpora omnia in eamdem certa lege ferri, & *attrahi* conſpiciuntur, ita & Luna in terram, & eadem quidem lege gravitare non dubitamus. Quidni? Enimvero apparens Lunæ magnitudo eadem præter propter ſemper eſt, ac proinde circulum deſcribit circa terram, ſeu potius ellipſim. Atqui ut hujuſmodi motum explicemus ſufficiet Theoriam motus in Trajectoriis, quam præſtituimus, conſulere. Quod autem gravitas Lunæ in terram terreſtrium corporum gravitati æqualis ſit apertiſſime patebit, ſi elementa calculi comparativi in promptu habeantur.

Ex Theor. XVII. quod Chriſtiano Hugenio debemus, palam eſt, velocitatem, qua grave projectum circa terræ centrum circulum deſcriberet, illi eſſe æqualem, quam decidendo per quartam diametri terreſtris partem tandem acquireret. Tunc enim haberet vim centrifugam gravitati æqualem. Si igitur extra hunc craſſum, motibuſque reſiſtentem aerem hac eadem velocitate corpus in plano æquatoris proiici poſſet, nonne totam telluris circumferentiam tranſcurreret, eademque velocitate eo unde diſceſſerat, rediret? Idipſum ad Lunam transferendum cenſemus. Eam vero eadem lege in terram rapi ac alia corpora circumterreſtria, patet ex Newtoni analogia. Ut radius ad ſinum 33″; ita 60 terreſtres ſemidiametri ad effectum gravitatis Lunaris. Reciprocam vero hanc duplicatam diſtantiarum legem, quæ, ad ſingula materiæ puncta, & ut mox videbimus ad omnia cæleſtia corpora, protenditur non perſe-

fectiſſimam cum *Maupertuiſio* ob cauſſas finales aſſerimus, ſed aliis naturæ legibus conſentaneam, quibus ea omnia, quæ a certo puncto circumquaque ita in gyrum diffunduntur, ut rectilineo, & uniformi motu progrediantur, eamdem rationem mirifice tueantur.

XXV. Quod de Luna circa terram, id de Cometis, id de terra, reliquiſque *primariis* planetis circa Solem, & *ſecundariis* circa primarios dicendum. Immo tum primarii tum ſecundarii non tantum in Solem, ſed mutuo in ſe ipſos, & in Cometas ad Solem, *gravitatis centrum commune*, accedentes gravitare vi agenti proximè in reciproca diſtantiarum duplicata ratione & ſiderea etiam quæque ſyſtemata iiſdem teneri legibus adfirmamus.

Poſtquam ex ſuis, & Tichonicis obſervationibus tres celeberrimas leges ſtatuit Keplerus, non eſt cur Cœlos Ptolemæi ſolidos frangamus, & orbitarum Martis, ac Veneris interſectiones quas Ticho ab Ægyptiis tranſtulit diſſolvamus. Cum enim ex prima lege conſtet Solem eſſe in altero e binis focis cujuſvis ellipſeos quam planeta deſcribit; cum detexerit Planetas motu æquabili non ferri, ſed modo accelerato, modo retardato, prout minus, magiſve diſtant a Sole; cum calculo comperiſſet *quadrata temporum periodicorum eſſe ut cubos mediarum a centro diſtantiarum*, & cum proinde univerſa, quam expoſuimus, de *Motu in Trajectoriis* Theoria Planetis omnibus, & Cometis aptari poſſit, ecquis negaverit, quin vere motus cœleſtes fluant omnes a vi gravitatis mutua, quæ rationem ſequatur ſimplam maſſarum, directe, duplicatam vero diſtantiarum reciproce, & inſuper a vi projectili a ſummo rerum Opifice principio communicatam, inertia conſervatam? Etſi igitur ſilentio præterierim periodicam marium intumeſcentiam, qua verſus Lunam certo tempore aſſurgunt; figuram Planetarum globoſam, quæ ſane nec orta fuiſſet nec tam conſtanter ſine ejuſmodi vi mutua conſervaretur; perturbationem motûs tum Lunæ, tum Jovis, & Saturni, cum ad ſe invicem accedunt, ſuorumque Sabellitum; aberratiunculas Planetarum quaſdam a tribus Kepleri Legibus, unde Aſtronomicæ tabulæ modo conſentiunt, modo ab obſervationibus diſſentiunt, tamen quiſque ſibi perſuadebit, Newtonianum Theorema non inter hypotheſeon numerum recenſendum, ſed melius Phyſicam, ſublimemque veritatem in eo ſitam eſſe conſulto fatebitur, & lubentiſſime Popio ſubſcribet canenti

Naturam, & ſocias leges nox alta premebat;
Sis, NEWTONE, *Deus dixit, & orta dies.*

Aliquid vero habet Boſcovichius, quod adnotet contra Newtonianam *quadrati* legem. Scilicet, teſte Muſſcenbroekio, duo ſpecula plana munda, & ſicca, quæ ex contactû phyſico valide cohærent, aliquam ſervant adhæſionem, etiamſi fila bombycina inter ipſa inſerantur. Bouguerius molem Chimboraci metiri aggreſſus, deduxit fore, ut, ſi attractio Newtoniana vigeret, & Montis denſitas æqualis eſſet mediæ denſitati telluris, pendulum actione montis a perpendiculo ſaltem declinaret 0.° 1.′ 43.″; at repetitis obſervationibus deprehendit penduli declinationem eſſe dumtaxat 0.′ 7.″ 39.‴ proximè, ſeu fere quatuor decies minorem. Præterea in dimenſione cœleſtis gradus ſecundum lineam meridianam, Taurinum inter & *Andratas* a P. Beccaria inſtituta, mons Alpinus Andratis, tametſi non ſit mole cum Chimboraco comparandus, declinationem tamen peperit penduli 35″. Denique Caſſaudus duobus inſtructus horologiis oſcillatoriis Iſocronis unum ex Alpinis montibus editiſſimum elegit, & prope ejus verticem conſtrui juſſit ligneam caſam cum

hy-

hypocauſto ad altitudinem hexap. 1085. ſupra locum alteri obſervationi deſtinatum. Adhibita proinde maximâ diligentiâ, laxatum eſt utrumque pendulum ad oſcillandum duobus integris menſibus, quibus exactis, deprehenſum eſt horologium ſuperius iterum acceleraſſe 0.° 28.′ 25.″. Ter Cultaudii experimenta repetenda curavit Mercerius annis 1770. & 1771., electis ſtationibus, quarum altera nunc magis nunc minus emineret, ſemperque ſuperius pendulum acceleraſſe deprehendit. Ex his omnibus Boſcovichius infert I. gravitatis legem in diſtantiis aliquibus *minimis* earumdem aliquam ſequi rationem directam. II. In diſtantiis *mediocribus* videtur deficere notabiliter a duplicata ratione; Ratio tamen, quam ſequitur eſt inverſa. Statuto ſiquidem hoc defectu facilius explicantur obſervationes penduli a perpendiculo declinantis. In obſervatione Bougueriana tellus ſubiecta illi ſolo, in quo ea capta eſt fuerit multo denſior, ita ut maſſa paulo efficacius agens in diſtantiis mediocribus, multo eſſet major ſubter pendulum, quam ad latera; contrarium acciderit in obſervatione Beccariana. Feliciter quoque expediuntur Cultaudii, & Mercurii experimenta. Nam attractio montis addet gravitatem pendulo ſuperiori, & aliquam detrahet inferiori; quæ additio, & detractio erit ſenſibilior, quo erit major denſitas materiæ montis reſpectu denſitatis globi terreſtris; ſenſibilior pariter, quo magis deficiet gravitas in diſtantiis *mediocribus* a reciproca quadrati lege. III. In diſtantiis *magnis* & *maximis* tam proxime accedit gravitas ad quadratum, ut ſua conſtet phyſica certitudo Newtonianæ Thæoriæ; ubi peritiores etiam Aſtronomi, vel minutiores negligunt quantitates vel de ipſis inter ſe diſſentiunt. IV. Demum in diſtantiis *maximis* probabiliter gravitas, vel in ratione decreſcit plus quam quadrata, vel evaneſcit penitus, vel etiam abit in repulſionem,

DE PLANETIS

SEORSIM SPECTATIS

De Terra.

XXVI. Postquam uno veluti intuitû mirificam hanc rerum universitatem consideravimus, pronum est, ut oculos ad terram convertamus, quæ in Optico universi centro versatur, & unde Sydera omnia, quæ in immensum fere a nobis distant spatio $23.^{h}56.^{\prime}4.^{\prime\prime}$ totam conversionem perficere observantur. Quam conversionem quis realem credat? Itaque ut hæc, & alia phænomena cœlestia rite explicentur, Terram motu diurno circa suum axem, & annuo circa Solem tamquam focum, ellipsim describendo, revolvi adserimus.

Cum Sacræ litteræ huic Thesi adversari viderentur, eam cum illis composuit, & acutè conciliavit Boscovichius in DD. *de æstu Marino*, *& de Cometis* Romæ editis, in quibus statuit, quod I. Si admittatur lex toti materiæ generalis vis inertiæ absoluta respectu spatii immobilis, admitti debet relativa respectu siderei mobilis; II. Si spatinm sidereum motibus æqualibus, & contrariis illis, quibus terra movetur, in gyrum agatur, jam eadem phænomena recurrunt, quæ ex ejus motu, & Solis quiete vulgo deducuntur. Congruit igitur terra eidem constanter loco, ejusque motus omnino eliditur, quemadmodum formica locum in quo consistit uumquam deserit, si in rotæ circumferentia progrediatur, dum tantumdem adamussim rota regreditur. Itaqne ea celeritate revolvitur terra circa suum axem, ut hexap. 238. intra $1^{\prime\prime}$ ejus æquator percurrat, eâ vero circa Solem, ut $6\frac{1}{2}$ leucas singulis min.$^{\prime\prime}$ metiatur. Redit autem ad idem Eclipticæ punctum spatio $365.^{d}$ $5.^{h}$ $48.^{\prime}$ $45.^{\prime}$ unde annus *tropicus*; ad idem Sidus $365.^{d}$ $6.^{h}$ $9.^{\prime}$ $11.^{\prime\prime}$, unde annus *sidereus*; ad aphelium (quod in signis situm est australibus, singulisque annis in Orientem procedit $16.^{\prime\prime}$) $365.^{d}$ $6.^{h}$ $16.^{\prime}$ $20^{\prime\prime}$, unde conversio *anomalistica*. Cum vero experimentis constet mediam gradus cœlestis mensuram respondere 75. mill. Italicia, hinc terræ diameter continet 6876. fere mill. Italica &c. &c.

XXVII. Motus terræ diurnus efficit, ut ipsa sub æquatore turgeat, ad polos dehiscat; motus vero annuus in ellipsi, ut apparens Solis diameter, & motus horarius sibi semper eadem ratione non constent.

Penduli oscillationes motum terræ diurnum primæ ostenderunt. Bouguerius deinde, ut ad maris libellam sub æquatore 60. oscillationes obtineret penduli longitudinem ad pollices Parisienses 36, 7 lineas, totidemque centesimas lineæ partes redigere debuit; Malletus *pendulum invariabilem* Genevæ, ubi latit. $46.^{\circ}$, $12^{\prime}$ ad $36.^{p}$ $8.^{l}$, 17.; & Petropoli &c. Mairanus Parisiis ubi $48.^{\circ}$, $50.^{\prime}$ ad $36.^{p}$ 8^{l}, 52;

Petro-

Petropoli ubi 59.° 56.′ ad 36.p 8.l, 97. Turgescit igitur terra sub æquatore ubi axis major, transitque per polos minor. Quænam vero superest de hoc dubitatio postquam Godinus, la Condaminius, Bouguerus meridiani gradum invenerunt sub æquatore hexap. 56750.; Picardus Parisiis hexap. 56925.; Maupertuisius, Clerautius ad polos 57438.? Illud sane verum est quod, ab æquatore ad polos procedendo, excessus radii æquatoris supra radios singulos duplicatam rationem non sequitur sinuum latitudinis, ac proinde ob inæqualem præcipue partium texturam regularem sphæroidis Ellipticæ figuram terrestris superficies non servat. Media telluris semidiameter censetur vulgò hexap. 3270398. Discrimen inter axes $\frac{1}{230}$ statuit Newtonus, $\frac{1}{311}$ Boscovichius. Postremum hoc cum la Landio probamus.

Præterea cum Terra sub æquatore tumescat, Sol, & Luna inæqualiter attrahent redundantem hanc materiam, quæ veluti annulus circumductus considerari solet, cujus omnes particulæ circa axem æquatoris motu diurno agantur. Nodi hujus annuli, sive intersectiones æquatoris cum plano Eclipticæ regredientur, unde *Præcessio Æquinoctiorum*. Ut hanc determinaret tria Lemmata statuit Newtonus, & unam hypothesim. Deinde invenit Prop. 39. motum annuli a Sole oriundum 9″, 7‴, 20.$^{\text{IV}}$, a Luna 40.″, 52.‴, 52.$^{\text{IV}}$; adeoque tota præcessio ab utraque 50.″, 0.‴, 12.$^{\text{IV}}$. Quamquam vero Newtoniana hæc determinatio Astronomicis observationibus maxime conveniat, ac methodus ad id adhibita videatur primo adspectu expedita, elegans, & ad rem aptissima, multis tamen obnoxia est difficultatibus, si Alambertium, Frisium aliosque audiamus. Minus recte, inquiunt, Geometra incomparabilis assumpsit ab exteriori terra ad interiorem æque motum transire, sive tota exterior terra in suo loco sit, sive ad annulum illum æquatori circumpositum reducatur, & cæt. Non ea est nobis mens, ut litem dirimere præsumamus. Illud tantum nos non latet, quod raro per errores se invicem emendantes via ad veritatem sternatur, neque nobis persuadebimus, Newtonum inventos ab aliis errores, iis exceptis, qui ob mensurarum discrimen obrepreunt aut non cognovisse, aut venditare voluisse. Inito calculo ostendit Frisius, vim Solis ad producendam annuam præcessionem 50.″$\frac{1}{3}$ esse ad vim Lunæ in plano Eclipticæ ut 1 : 3, 199.; in plano vero orbitæ suæ ut 1 : 3, 212., quam Eulerus voluit ut 1 : $2\frac{1}{2}$, Alambertius ut 1 : $3\frac{1}{6}$, Newtonus ut 1 : 4, 48.5. (Prop. 37 lib. 3). Cum autem orbitæ Lunaris planum ad Eclipticam inclinetur 5°. 9′, & linea nodorum Lunæ sensim percurrat Eclipticam intra 19. circiter annos, hine inæqualitas actionis Lunaris in protuberantem tellurem, unde *Nutatio axis terrestris*. Ut hanc explicaret, statuit Machinus, quod poli describerent circulum cujus radius 9″; Ellipsim substituit Alambertius, cujus axes essent ut 3 : 4, sed ut 18″, 4‴, 47$^{\text{IV}}$: 16″, 35‴ exactius determinavit Frisius.

Quod autem attinet ad motum annuum, negari non potest, quin admisso pro terræ orbita *circulo excentrico*, ab iis, quæ ex hac hypothesi fluunt observationes dissentiant, admissa vero Ellipsi, cujus alter focus sit Sol ipse, consentiant. Sit modo e ellipseos cujuscumque excentricitas, a semiaxis major, b minor, φ anomaliæ veræ cosinus, erit planetæ a foco distantia $d = \frac{b^2}{a \pm e\varphi}$. Si igitur fuerit n apparens Solis semidiameter in media a terra distantia, sitque φ cosinus longitudinis Solis ab apogæo in quocumque alio puncto erit semidiameter apparens $n' = \frac{an}{b}\left(\frac{a \pm \varphi e}{}\right)$. Cum vero vocetur n motus horarius Solis in Ecliptica in media a tellure distantia, φ ut supra, horarius Solis motus in quocumque alio puncto erit

$= \frac{a^2 n}{b^4} \left(a \pm \varphi e \right)^2$. Quæ omnia cum ab observatione non discrepent, orbitam terræ ellipticam luculentissime testantur.

XXVIII. Si relicta terra in ejus atmosphæram assurgamus, eam inveniemus elasticam, spirabilem, diaphanam, densitate variabilem, gravem, adeoque ipsi terræ undique circunfusam, & eamdem ac terra figuram ad sensum habentem. Ea barometro subiacet, ostentat Meteora a vi præsertim electrica originem trahentia, siderum refractionem, crepuscula, aliaque phœnomena producit. Refractio parallaxi adversatur, scilicet quantum illa sidus extollit, tantum fere ista deprimit.

In tot vicibus minorem molem eadem aeris massa contrahitur, quot vicibus est majus pondus comprimens; At si ad quadruplo minorem molem deveneria hanc legem non servari Mariottus ipse expertus est. Eam contra dilatationem subire potest aer, ut ejus volumen increscat vicibus plusquam 520000. Immo in immensum rarefieri censuit Newtonus, & ea quidem lege, ut aeris nostri digitus par esse possit implendo toti circumquaque spatio a Sole ultra Saturnum, & ultra altitudinem unius Semidiametri terrestres adhuc in immensum magis rarescat. Quæ quidem imago impar est ad suam tenuitatem exprimendam, immo inverosimile est, quod tam immanis attenuatio haberi possit. Quis enim serio adfirmaverit, quod vis repulsiva perpetuo aliqua esse pergat, vel cui innotuerit quorsum extendatur, & in qua agat ratione ubi punctorum distantiæ paullo majores evaserint? Quid post satis ingentem dilatationem accidat, ignoramus, inquit Boscovichius. Cum autem in editioribus locis minor deprehendatur Mercurii altitudo, inquiri solet, utrum ope barometri atmosphæræ, aut saltem Montium altitudines definiri possint. Fieri plane posset primum, si singula aeris strata ita adventitiis corpusculis essent depurgata, ut virium comprimentium eamdem semper rationem sequerentur, & si omnia telluris loca eamdem a centro distantiam obtinerent. Ad Montium vero altitudinem vestigandam hæc suppetit Scheuchzeriana proportio = Ut se habet differentia Logarithmorum duarum altitudinum Mercurii in loco edito, & in humili ad differentiam altitudinum locorum eorumdem, ita differentia Logarithmorum altitudinum Mercurii in littore maris, & in montis apice ad montis ipsius altitudinem = Equidem ex Cassini experimento innotescit, sensim supra maris libellam ascendendo, altitudinem hexap. 10, 1.P respondere descensui fluidi barometrici per primam lineam, hexap. 10, 2.P per secundam ec. & ultra altitudinem 54.^{hex} 30 P pro 10.^{hex}, 20. sumendas esse. Verum iis, quæ supra notavimus, consideratis, quis hæc serio auscultaverit?

A ratione densitatis ponderi comprimenti proportionalis pendet in ascensu a terræ superficie Atmospheræ attenuatio. Qua de re Boscovichius in supplementis stayanis hæc statuit Theoremata, & demonstrat. Si distantiæ a terræ centro vel superficie in progressione crescant Arithmetica densitates Atmosphæræ in progressione geometrica decrescent. Quod si gravitas in ratione decrescat reciproca duplicata distantiarum densitates in progressione decrescent harmonica; si vero ratio distantiarum fuerit simplex, & distantiæ a centro in progressione geometrica accipiantur in progressione geometrica itidem esse densitates, ostendit Newtonus. In his omnibus Mathematica quidem

dem non Physica veritas invenitur. Noscuntur enim monstrosæ barometri variationes. Ad has explicandas elementum induxit Pignottus. Ut atmosphæræ altitudinem inveniret, arcui emersionis calculos superstruxit la Hirius, & usque ad 15. leucas porrigi deduxit. Verum ubi ad undecimam deveneris, unicam tantum Mercurii lineam sustentaverit aeris columna, si in lineas 324. ipsius Mercurii altitudinem diviseris. Multo melius refractiones determinantur per Astronomicas observationes, quam ex Theoria addensationis atmosphæræ; Hujus enim multiplex variatio eas admodum irregulares efficit, ut observat Caillius, qui optimas *Anaclasticas* tabulas exhibuit. Ex ejus methodo fluebat, quod a zenith usque ad 80.gr distantiæ tangentium rationem sequerentur, inde vero abnormes essent; At Bradlejus an. 1760. Simpsonii ductus disquisitionibus in Trajectoriam, quam radii describunt, ostendit, quod minuto arcu distantiæ tripla ipsa refractione ad eamdem tangentium rationem revocari commode poterant. Hinc tabulam construxit, in qua refractiones decrescunt 14.'' ad altitudinem 6.gr, 26.'' ad 20.gr, 11.'' ad 40.gr. Ovalis Solis & Lunæ adspectus refractioni debetur, ob quam alter a diameter ab altera 4.', 21.'' differt. Terrestria insuper corpora ob refractionem attolluntur, ac proinde computanda est ubi exacte libella instititui debet. Ita demum per atmosphæram Solis radii disperguntur, ut intensitas Solis ad Horizontem sit, teste Bouguerio 1354.es minor quam ad Zenith, & astrorum aspectu oculos frustrentur, quamquam Sol jam occiderit.

De Luna.

XXIX. Quamquam, ut jam dictum est, ut movetur terra circa Solem, ita circa terram moveatur Luna, & hinc ejus motus respectu terræ iisdem fere legibus subiici debeat; In eo tamen ita variæ deprehensæ sunt inæqnalitates, in celeritate, excentricitate, apsidum loco, nodis &c., ut ante Newtonum majus negotium Lunæ Theoria, quam reliquum Cœlum universum Astronomis facesserit.

Præter vim projectilem, & centralem respectu terræ agitur Luna tertia vi *attractionis* in Solem, quæ modo favet, modo obsistit telluris attractioni. Hinc ejus orbita non æque semper compressa est, & oblongata, non æque eclipticæ plano inclinata. Neque sane verendum, ne tandem Luna terram deserat, & in Solem ruat. Actio enim Solis minor actione telluris, & huic ipsi proinde illa constanter famulabitur, & comes sequetur fidissima. Itaque ex Newtoni doctrina constat I. Solis attractionem Lunæ in terram gravitationem minuere in Syzygiis, augere in quadraturis; II. Imminutionem gravitatis in Syzygiis duplo esse majorem, quam augmentum in quadraturis; III. Solis attractionem Lunæ velocitatem modo accelerare, modo retardare; IV. Etsi Lunæ in Solem gravitas major sit in quadraturis, quam in Syzygiis, ejus tamen orbita depressa est ad Syzygias, elongata ad quadraturas. V. Lunæ in Solem nisus verus reapse est, & continuo inæqualis pro ratione obliquitatis actionis Solis. Hæc de motu perturbato Lunæ in Ecliptica; extra hanc ipsam etiam perturbatur; scilicet vis perturbatrix Lunam extra planum Eclipticæ positam perpetuo ipsam ad hoc trahere nititur. Quæ omnia, & alia multa geometriæ subsidio expediri facillime solent. Præterea perturbatrix quoque Solis attractio orbitæ Lunaris nodos ita reddit retrogrados, ut integram contra Signorum ordinem revolutionem persolvat intra 6798.d 4.h 52.', 3 respectu Æquinoctiorum, &

intra

intra 6803.^{d} 2.^{h} 55.′ 18.″, 4. respectu Siderum. Scilicet ubi Luna inter nodum, & quadraturam sibi propiorem versatur, nodi progrediuntur, ubi inter nodum, & quadraturam remotiorem regrediuntur. Si nobis duas lineas fingamus, alteram ab uno ad aliam quadraturam, alteram ab uno ad alium nodum; hæ oblique se intersecabunt, & duos comprehendent angulos acutos, duosque obtusos. Jam vero dum Luna acutos respicit, nodi progrediuntur, dum obtusos, regrediuntur. Igitur regressio major quam progressio nodorum, qui post singulas conversiones loca occidentaliora occupabunt. Inæqualitatem in nodorum motibus detexit Tycho, quæ pertingeret usque ad $\pm$ 1.° 46.′. Hinc æquatio latitudinis Lunæ 8.′, 49.″, quæ quantitas duci debet in sinum duplæ distantiæ Lunæ a Sole, detracto *latitudinis argumento*.

Inquisivit Newtonus in differentiam vis, quæ requiritur, ut mobile orbitam quamdam immobilem describat, & vis, quâ orbitam quidem eamdem percurrit, sed gyrantem circa virium centrum; invenitque ejusmodi vim esse in reciproca triplicata distantiarum ratione; Ipsam inde ad calculum redegit, & statuit, quod orbita eadem contra motus directionem regredi, vel progredi deberet, prout vis tota in majore, vel minore ratione decrescit eâ, per quam orbita immobilis percurritur. Cum igitur vires perturbatrices Lunæ in terram gravitatem circa Syzygias imminuant, circa quadraturas augeant, hinc lineæ apsidum progressio, & regressio; & illa quidem hac minor, tum quia vis imminuens dupla sit augente, tum quia diuturnior. Lunæ ergo apogæum post singulas conversiones juxta signorum ordine ita progredietur, ut integram revolutionem conficiat 3231.^{d} 8.^{h} 34.′ 57.″$\frac{1}{2}$ quoad æquinoctia, & 3232.^{d} 11.^{h} 14.′ 3.″ quoad Sidera, ut constat ex calculis Clerautii, Euleri, Alembertii. Denique ob majorem Lunæ gravitatem in terram in quadraturis, quam in Syzygiis sequitur etiam, quod illic major sit orbitæ curvedo, quam hic, atque adeo per eas transeat axis major, per has minor. Luna apogæa minorem ostendit diametrum, scilicet 29.′$\frac{1}{3}$; perigæa vero majorem, scilicet 33′. $\frac{1}{2}$.

XXX. Luna, corpus opacum a Sole lumen mutuatur, quod ad nos transmittit orbitam ovalem percurrendo. Hinc explicatio diversarum ejus *phasium*. & *Eclipsium*, quas patitur, & infert juxta varium, quem occupat, situm. Discus nobis conspicuus maculas exhibet tum constanter obscuriores, tum periodicas; unde in ejus superficie partes arguimus tum lumini remittendo minus accomodatas, tum maxime eminentes:

Phasium Lunarium phænomena datâ figurâ facillime evolvuntur. Si plenilunium tum contingat, cum Luna versatur in nodo, ubi scilicet ejus orbita Eclipticam secat, vel prope illum, Eclipsis, vel *defectus* luminis in Luna orietur. Si eadem in altero fuerit nodorum, terra in opposito, congruent Lunæ, & umbræ centrum, atque Eclipsis erit *centralis*; Si fuerit prope nodum, & tota in umbram subeat, *totalis*; Si ejus pars tantum in umbram immergatur, *partialis*. Quando in plenilunio Lunæ latitudo major est 64′, nulla Eclipsis haberi potest; quando major 30′ haberi non potest *totalis*. Igitur I. Eo major, & diuturnior fuerit Eclipsis, quo tellus Soli, aut Lunæ propinquior; II. Cum Lunæ latitudo fuerit Australis in partiali Eclipsi limbus ejus Borealis obscurabitur, & vicissim; III. Crassa telluris atmosphæra, qua radii Solis refringuntur non sinet, quod oculis omnino discus Lunaris subducatur, ac eum sanguineo colore sæpe tinctum videbimus. Quid vero de partibus disci obscurioribus dicendum? Lacus ne, & maria innuunt? Huic sententiæ non facile subscripserim. Eas enim Telescopio Catoptrico 8 pedum Tirnaviæ Ma-

Mako exploravit, & constare innumeris veluti cavernulis introrsum hiantibus sibi visæ sunt. Quid vero de maculis periodicis dicemus? Montes ne in Luna, & valles profundissimæ? Equidem ex observationibus deducimus, candida illa puncta, quæ a Solis luce & citius collustrantur, & tardius relinquuntur altissimorum montium esse cacumina. Illæ autem areolæ caliginosæ, quæ sensim coarctari conspiciuntur cavernæ, & valle. esse possunt, quarum fundi a Solis radiis oblique incidentis non illustrentur. Ubi a..m gradatim Sol attollitur montium umbræ cadent minores, & valles illuminabuntur. Gravia quidem contra hanc sententiam pugnant argumenta. Margo enim disci Lunaris telescopio exploratus nullis comparet fossis, vel hiatibus interruptus; Cum Luna Solis discum contegit, cum fixæ occultantur, & planetæ post ejus limbum subeunt nulla in ipso inæqualitas, nulla asperitas animadvertitur. Itaque cum Galilæi responsio nodum minime solvat, opinabimur cum Boscovichio, Lunam fluido quodam homogeneo, & pellucido esse circumfusam: Quo posito nuclei Lunaris asperitates ad extremum usque marginem protensæ videbuntur; Margo tamen ob impeditam Lucis trajectionem æquabilis apparebit, fixæ ab hoc fluido occultabuntur, & post plenam immersionem trans hiatus conspicuæ esse non poterunt. Vulcani ne sunt in Luna? Audivimus nuperrime, Herschelium Newtoniano Telescopio viginti pedum, quod Lunæ diametrum 6000ies augebat, Vulcanum sibi conspicuum in Luna reddidisse; Id quod Montes, ut jam statuimus, in Luna satis aperte per analogiam innuit.

XXXI. Etsi tempus, quo Luna circa suum axem convertitur, ita periodico æquetur, ut eamdem constanter faciem terricolis visendam præbere videatur, novas tamen maculas interdum exhibet modo in Orientali, modo in Occidentali disci limbo, id quod *libratio Lunæ in longitudinem*; modo in Boreali, modo in Australi, id quod libratio *in latitudinem* dici consuevit. Hujusmodi nutatio a Lunaris æquatoris protuberantia in terram pendere cum Cl. de la Grangio opinamur.

Galilæus maculas Lunares telescopio explorans detexit primus (Nunc. Syd. 1610) librationem in latitudinem, quæ ab inclinatione orbitæ & a constanti axis parallelismo originem ducit, & librationem in longitudinem, quæ ab inæqualitate motus per orbitam. La Grangius in Diss. ab Acc. Parif. præmio donata formam sphæroidis oblongatæ cum Newtono Lunæ tribuit, atque inde oscillationem in ea deducit, qua rotationis velocitas modo acceleretur, modo retardetur. Hinc eamdem in Luna faciem spectare erit, etsi principio eo rotationis motu concita esse potuisset, qui tempori, quo revolvitur, æqualis non esset. Mairanus in Monum. Acad. Paris. 1729. Lunæ homogeneitatem sustulit, hemisphærium telluri obversum prægravare censuit, & inde cur semper eamdem Lunæ faciem videamus explicavit; Attulit lapidis inæqualis figuræ exemplum, qui si aquâ descendat, partem graviorem fundo obvertit. Equidem concedemus centrum gravitatis Lunæ non congruere cum centro magnitudinis, sed ut pars densior convertatur non tantum exigitur discrimen in vi motrice, seu in pondere partium ejusdem voluminis, sed etiam in acceleratrice. Densiores partes corporis in aqua descendentis minus de sua vi comparate ad massam amittunt, atque idcirco ejus vis acceleratrix major est. At vis Lunæ acceleratrix a densitate non pendet, & sui motus perturbatio circa tellurem ab ea discrepat, quam corpus innatans experitur.

XXXII.

XXXII. Luna per superiorem, & inferiorem meridianum transeunte, attolluntur aquæ Oceani, ad Horizontem posita subsidunt; Id ipsum in Syzygiis accidit, sed Lunâ perigæâ major habetur intumescentia, quæ maximè augetur, Sole Æquatorem percurrente. Merito igitur *æstuum mnrinorum* phænomena cum actione Lunæ, & Solis arctissime colligata esse asserimus.

Si qui etiamnum in cootrariam feruntur sententism illud non vident, quod tota retro antiquitas teste Posidonio, Athenodoro, Cicerone, Strabooe, Plioio, Seneca acute perspexit. De mari Adriatico hæc Claudianus

> . . . . *Certis ubi legibus advèna Nereus*
> *Æstuat, & pronas puppes nunc amne secundo,*
> *Nunc redeunte vehit, nudataque littora fluctu*
> *Deserit Oceani*, Lunaribos *æmula damnis*.

Mac-Laurinus, Clerautius, & la Landius optime illud demonstrarunt, qood si attractiones Lunæ, & Solis seorsim consideratæ agant in subtilissimum fluidi stratum globum undique circumvolvens, globus ipse formam Ellipticam induat necesse est. Hujusmodi enim vires, eumdem ac centrifuga effectum exerunt. Itaque aquæ Lunæ obversæ, cum minus ab ea distent qoam telluris centrum, in eamdem magis attrahuntur, minos vero aquæ in parte adversa sitæ. Illæ igitur centrom deserunt, hæ ab ipso deferuntor: Perinde ergo erit ac si centro talluris non attracto tanta vi utræque a ceotro ipso repellerentur, quantum est illud attractionum discrimen, ae tantumdem de gravitate in terram amitterent. Hinc aqoarum sublatio. Partea eontra marium ad latera utrinque positæ obliquis tractæ viribos dehiscent. Quoniam ut quadratom anni siderei, ad triplum quadratom diei siderei. ita elevatio sub æquatore orta a motu diurno ad elevationem, quam sola gignit actio solaris, seu ($365.^{d}$ $6.^{h}\ 9'$)^2 : 3 ($23.^{d}$ $56.'$)^2 :: 79307 : $1.^{p}$ $8.^{pol}$ quæ est elevatio è vi Solia. *Sed* est vis Lonæ ad vim Solis ot $3.\frac{1}{2}$: 1, Ergo ad altitudinem circiter $6.^{p}$ attollentur a Luna; quæ quantitas augetur, & minuitur proot se habet littoris positura, & cæt, & prout resistit ima fuodi eonstitutio. Newtonus elevstiooem, quam ooa iovenimus $1.^{p}$ $8.^{pol}$, statoit $1.^{p}$ $11.^{pol}$, & inde eroit elevationem a Lona oriundam $8.^{p}$ 7^{pol}; Quod quidem discrimen pendet ab assumptis non satis accorate definitis. Neque vero momento temporis vertex aquarum Ellipsoidalis attollitur, vel deprimitur, Luna Meridianum attingeote. Postolant enim *Inertia*, & vis centrifuga ex motu diurno orionda, ut æstus tum fiat eom Lona a respoodente Meridiano fere $35.^{\circ}$ processerit Occidentem versos.

Cum autem in Ellipsi parum excentrica quantitas, qua radii minorem semiaxem exsuperant sint ut quadrata sinuom distantiarum ab ipso, & aquarum sphæroidalis vertex integrum terræ orbem cum Sole conficiat, hinc regiones sob axe majori sitæ oodis operientur, sob minore eontra undæ recedent, & differentia ioter æstom utrumque radii respondentis excessui supra mioorem axem continuo æquabitor. Igitur aquarum sublatio respectu depressionis est ubiqoe locorum ot major altitudo docta in quadratum cosinus distantiæ ab Ellipsoidis vertice, & sub æquatore ut quadratom eosinus anguli horarii, erescitque paullatim ut qoadrata temporum prope meridianum; Quæ omnia observationibus consentiunt (Mon. Acad. Paris. ao. 1720). Qood si locus, obi observationes instituuntur, ab æquatore mediocriter distet, sublatio erit ut quadratum cosinûs latitudinis, si multum, semel iotra $24.^{h}$ æstuabit Oceanus. Si Luna aut Sol procul ab Æquatore versabuntur, flu-

fluxus sub æquatore erit ut quadratum cosinus declinationis, quæ est loci distantia a vertice Ellipsoidali. Eccurnam generatim Europæ major habetur æstus post æquinoctia, quam in æstatis solstitio? Scilicet I. frequentes tum, & vehementiores Occidentales venti, & Australes; II. In solstitio æstivo terras præcipue Africæ, & Americæ Sol respicit, ae proinde mari Europæo minor motus communicari debet; III. In solstitiis duo habentur æstus, quorum alter major, alter minor, & in æquinoctiis æquales fere sunt & cæt. Vis Lunæ in apogæo sitæ eo minuitur, quo distantiæ cubus augetur; ita ut si vis media fuerit ut $2\frac{1}{2}$ erit major ut 3, minor ut 2. Sunt enim ut cubi extremarum parallaxium, sive ut $(53', 51'')^3 : (61', 29'')^3$; seu ut 2 : 3 circiter. Deinde distantia Solis a tellure tempore hiberno, est ad distantiam tempore æstivo, ut 1 : 1, 106. Hyeme ergo vis Solis ferè major $\frac{1}{10}$. Si axis in Lunæ centrum directus cum axe in Solis centrum tendente non congruat, sed angulos comprehendant hinc acutos, illinc obtusos, tum maximæ aquarum sublationes sub neutro altro habebuntur, accident vero intra acutos eorum axium angulos, sed cum vis Lunæ dupla sit, aut tripla vi Solis, hinc Lunari quidem axi duplo, aut triplo viciniores, quam solari, neque a luna distabunt plus quam 5°. Itaque differentia inter Lunæ transitum è Meridiano, & tempus maximi fluxus, etiam dum Luna perigæa est. & 60.° a Sole distat, major esse non potest quam 65'. Operosiori calculo Bernoullius hæc detegit. Ex his omnibus patet, quod æstus quidem hi stabiles a statuta Thesi liquido fluunt; sunt & alii, veluti *exleges*, qui imperitioribus quidem fucum faciunt, Theoriam vero minime evertunt.

Eadem caussa, a qua oritur marinus æstus, inducit Atmosphæricum. Daniel Bernoullius vir plane summus, & de hac ipsa Theoria optime meritus eo majorem percensuit atmosphæræ elevationem ob ejus æstum, quo ipsa rarior, quam aqua, proxime scilicet millecuplo majorem, adeoque duorum milliatiorum. At Boscovichius in Stayanis supplementis formulam statuit $x = \frac{nr}{2m\left(1 - \frac{3t}{5p}\right)}$; in qua x est differentia semiaxium ellipseos genitricis, r semiaxis nuclei solidi, $\frac{n}{m}$ ratio vis centrifugæ sub æquatore ad gravitatem, $\frac{t}{p}$ ratio densitatis fluidi ad densitatem solidi; atque ex hac non solum, sed & ex ea, quam alia longe methodo Clerautius, & Alembertius invenerunt, luculentissime patet, quod si reliqui valores constantes fuerint eo magis decrescet x, quo decrescet & t. Si ponatur aquam ea ad sensum donatam esse densitate, quæ est media terræ densitas, erit jam $t = p$, & $5p - 3t = 2p$; sin vero sit in immensum minor, seu evanescat $3t$, erit $5p - 3t = 5p$; Ergo intumescentia in prima hypothesi ad intumescentiam in secunda ut 5 : 2. Atqui inæqualis Solis & Lunæ actio, quæ maria, & aeris æstum gignit nullam parit in barometris mutationem. Quidni? Subit sane inæqualitatem Mercurii altitudo, quæ ob per quam exiguam altitudinem 27.^{ol} sensum omnem prorsus effigiat. Oceani autem intermescentia sensibilis quidem respectu nostri insensibilis vero quoad ingentem Terræ semidiametrum. De æstibus Jovis, & Saturni alibi.

C De

XVIII

De Mercurio, et Venere.

XXXIII. Mercurius, & Venus, inferiora, & similia terræ corpora inter Solem, & terram versantur in singulis revolutionibus Synodicis. Eorum opacitatem arguit obscura, & rotunda macula, quam, dum transeunt, Soli ingerunt; Hujus maculæ magnitudo in exigua latitudine, si Venus sit, est ad magnitudinem disci solaris ut 1 : 30; si Mercurius, ut 1 : 150. Mercurius Soli vicinior ejus radiis nimis involvitur; ejus tamen, & Veneris transitus per solis discum insignes affert Astronomis commoditates, & usus.

Difficile quidem antiquis fuit Astronomis inermi oculo Venerem, cujus diameter maxima 58″ in Solis disco conspicere; difficillimum vero conspicere Mercurium cujus diameter 12″ tantum. Utriusque vero transitû, qui evenire sane non potest nisi quando in conjunctione eam latitudinem habeant, quæ Solis semidiametrum non excedat, idest, quæ fiat prope nodum, & ipsi eorum nodi determinantur, & comperitur longitudo Heliocentrica absque eo quod ad *Orbis magni paralaxim* confugiamus. Ea deinde provenit è transitû speciatim Veneris utilitas, ut exacte determinari, & emendari possit angulus Solis parallacticus, qui an. 1769. vix major 8′, 5; aut potius 8′, 6, inventus est; ut hac una occasione ob astrorum contactus distantiæ angulus 6‴ statui præcise posuit; ut ratio parallaxium Solis, & Veneris ad aliorum planetarum parallaxim instituatur facillime & cæt. Raro quidem transitus Veneris per Solem habetur, etsi post annum unum, & 219^{d} inter Solem, & nos sita sit. Nam ut id fiat conjunctio non sufficit, nisi insuper prope nodum accidat, seu in latitudine Geocentrica 16′ non majore. Viderunt Astronomi Venerem contra Solem an. 1639, 1761, 1769, 1874, 1882, & videbunt an. 2000, 2012, 217, 2025 & cæt. Cognita Mercurii revolutione Synodica facillime inferiores ipsius cum Sole conjunctiones inveniuntur, & ea eligitur, in qua prope nodum Sol versatur. Calculo deinde acriter subjecta manifestabit utrum solarem semidiametrum latitudo geocentrica superaverit Hac methodo usus est Halleyus. Postmodum vero Landianæ, & Berolinenses tabulæ constructæ sunt. Hoc ipso anno Konigus Manchemii die 5. Maii ingressum hujus Planetæ observavit $9.^{h}$ 0.′ 2″, & egressum $9.^{h}$ 2.′ 17.″. Transitum ipsum Messerius, & Delambrus Lutetiæ Parisiorum tandem perspicere potuerunt, qui, ut ajunt, Landianis tabulis non respondit, sed post tres horæ quartas secidit. Tropica Mercurii revolutio $87.^{d}$ $23.^{h}$ 14.′ 25.″, 9; Siderea hanc superat 11″, 1; Synodica $115.^{d}$ $21.^{h}$ 3.′ 22.″. Ejus nodi motus annuus 45′, ejus diameter 7″, sive $1180.^{leu}$, sive 2812. mill. Geogr., sive $\frac{2}{5}$ diametri terrestris. Ejus respectu telluris volumen 0, 06981, densitas 2, 0377; Distantia a tellure media 13456204 leu sive 7436 $\frac{1}{2}$ semid. terr. Quoniam vero Massarum calculus in iis solis Planetis institui possit, quos Satelles comitatur. (Invenimus enim $W = \frac{M}{B r^2} = \frac{B}{\Theta^2}$ Theor. XIV., & XVI. ac proinde erit $M = \frac{BF^2 \times R}{\text{ʋ}^2} = \frac{R^3}{\Theta^2}$) eo autem careant Mercurius, Venus, & Mars idcirco horum Massa ignoratur. Cum autem Primariorum notæ densitates eo magis augeri sciamus, quo a Sole minus distant, & ea quidem lege, ut ipsarum quadrata sint motibus mediis proportionalia, inita hinc analogia eruitur massa Mercurii ad massam terræ, quæ sit 1, ut 0, 1428, & gra-

& gravium velocitas in ejus ſuperficie 12, 674^{p}. Præterea tropica Veneris revolutio 224.^{d} 16.^{h} 41.$'$ 32.$''$, 4, ſiderea 7.$'$ 40.$''$, 3 hac major; ſynodica 583.^{d} 22.^{h} 7$'$ 6.$''$. Annuus nodi motus 31.$'$; tempus rotationis 24^{h} 20.$'$; diameter 19$''$, 52, ſive 2785.^{leu}, ſive 6637. mill. Geogr. ſive 0, 97196. diametri terreſtris. Ejus quoad terram volumen 0, 91822, denſitas 1, 2750: Media a tellure diſtantia 25144250.^{leu} ſive 3357. ſemid. terr.; Maſſa reſpectu terræ 0, 1707.; Gravitas in ſuperficie 18.^{p}, 717. Incedit jam pridem de Veneris ſatellite Caſſino, Shorto, aliiſque ſuſpicio. Perperam quidem. Cum enim fruſtra adhuc Aſtronomi eum indagaverint, ipſum in opticarum illuſionum cenſum cooptarunt Hellius in Ephem. an. 1766. Boſcovichius in ſua quinta de Opt. Diſſertatione, & la Landius, qui Shortum ipſum ad eamdem opinionem deductum teſtatur.

De Marte, Jove, Saturno, et Satellitibus.

XXXIV. Mars, lucem, quam a Sole accipit ſanguineam emittens circa Solem orbitam terrâ ſuperiorem percurrit. Adparet in *oppoſitione* rotundus, & eam in quadraturis fere præfert ſpeciem, qua Luna triduo, vel quatriduo ante, aut poſt plenilunium comparere ſolet.

Tropica Martis revolutio peragitur 1.^{a} 321.^{d} 22.^{h} 18.$'$ 27.$''$, 3., differt ſiderea 12.$'$ 16.$''$; Synodica 779.^{d} 22^{h} 28.$'$ 26.$''$; Diameter 11.$'$, 4, ſeu 1921.^{leu}, ſeu 0, 67059. diametri terreſtris; volumen reſpectu telluris 0, 30155; denſitas 0, 72917; maſſa 0, 21988.; velocitas in ſuperficie 7, 39^{p}; media a tellure diſtantia 52, 06122.^{l}. Tempus converſionis 24.^{h} 40$'$; nodi motus in Occidentem 17.$''$ ex Caſſino, 12.$''$ ex Halleyo, Aphelii 20.$''$, aut 21.$''$; Plani inclinatio ad Eclipticam 1.^{o} 50$'$, 54.$''$

XXXV. Juppiter, immane corpus, Martem ſubſequitur quatuor Satellites habens, & faſcias conſpicuas parallelas, & magnis, crebriſque mutationibus obnoxias. Umbram proiicit in partem a Sole averſam, in quam delati Satellites e conſpectu repente dilabuntur, unde ejus opacitas eruitur. Eo agitur rotationis circa axem motu, ut intra 9.^{h} 56.$'$ integram peragat converſionem, unde inæqualitas axium quæ ſe habent ut 12 : 13, quamquam ſe habere deberent ut 10 : 13, explicari commode poteſt.

Æſtus quidem in Jove, ſi qui ſunt, exleges, & ingentes ſint neceſſe eſt, Intimo Satellite ab ejus centro parum diſtante. Conſpiciuntur partes quædam in ejuſdem faſciis, quæ modo avulſæ inſularum inſtar, modo coniunctæ adparent. Inſignem Caſſinus in eo deprehendit maculam an. 1665, quæ deinde intervallo ann 48. octies obſervata tandem omnino evanuit. Liceat igitur conjectari aut ob æſtum ingentes terrarum tractus jam inundari, jam deſtitui, aut etiam nubes in Jovis atmoſphæra fluctuare. Tropica ejus revolutio abſolvitur 11.^{a} 315.^{d} 8.^{h} 58$'$ 27$''$, 3; 1.^{d} 23.^{h} 53.$'$. 58$''$, 3; ſiderea hac major; Synodica 398.^{d} 21.^{h} 15.$'$ 45.$''$ Diameter 3$'$ 13$''$, 7, ſeu 32644.^{l} & ad terreſtrem ut 11, 393: Volumen 1479 tellure majus, denſitas 0, 22904; Maſſa ad maſſam terræ ut 340 : 1; Media a tellure diſtantia 180794791.^{l} velocitas in ſupeficie 39.^{p}, 55; Nodi motus 27$'$ juxta Caſſinum,

 nul.

nullus juxta Hallejum; aphelii motus 6″; Plani ad Eclipticam inclinatio 1.° 19.′ 30.″

Quemadmodum ob vires Solis, & terræ attractivas magnas, & varias in Luna deprehendimus, & explicavimus inæqualitates, ita & Jovis Satellites suas habent inæqualitates in revolutionibus, & Eclipsibus, tum ab annua Jovis parallaxi, quæ usque ad 12° porrigi potest, tum ob ejus excentricitatem, tum ob successivam lucis propagationem &c. Cum æquatio pro Jovis centro sit 5.° 34′, & hæc orbitæ pars percurratur a primo Satellite 39.′ 22″, a secundo 1.^{h} 19.′ 13″, a tertio 2.^{h} 39.′ 42″, a quarto 6.^{h} 12.′ 59″; hae igitur quantitates modo sunt addendæ, modo detrahendæ, ut Satellitum conjunctiones, & Eclipses innotescant. Quisque etiam ex ipsis æquationes obtinet particulares ex observationibus derivatas, eas, scilicet, quas statuimus, comparando cum tabulis. Hujusmodi empirica primi æquatio 3′, 5; secundi 16′, 5; tertii 8′; quarti 1^{h}, 0′. Scitu etiam dignum & utile geographicis quibusdam Problematis solvendis, quod tempus impensum in permeanda Jovis umbra, dum per ejus centrum transit, a I. Satellite 1.^{h} 7.′ 55″; a II. 1.^{h} 25.′ 40″; a III. 1.^{h} 47′; a IV. 2.^{h} 23′. A minima Eclipsis duratione orbitæ Satellitum inclinatio eruitur, a maxima nodorum motus. Primi inclinatio constanter 3.° 18.′ 38″; secundi a 2.° 48′ usque ad 3.° 48′ protenditur, hujusque inæqualitatis periodus est 30.^{a}; tertii a 3° 2′ usque ad 3.° 26′ variatur, ejusque variationis periodus 132.^{a} videtur; quarti 2.° 36′ constanter. In primo, & tertio nullus fortasse nodi motus, in secundo 2.′ 3″, in quarto 4.′ 19″ singulis annis. Denique periodica Satellitum ipsorum revolutio I. 1.^{d} 18.^{h} 27.′ 33″; 3.^{d} 13.^{h} II. 13.′ 42″; III. 7.^{d} 3.^{h} 42.′ 33″; IV. 16.^{d} 16.^{d} 32.′ 8.″, Synodica major, & respectivæ differentiæ 1.′ 3″; 4.′ 12″; 17.′ 3″; 1.^{h} 32.′ 59.″

XXXVI. Saturnum, opacum corpus, & singulari forma præditum ambiunt Satellites quinque, & annulus, qui circa eum apparet veluti suspensus æthere pons. Tum ipsius, tum Jovis systemata, quum alter alteri proximum evadit, mutuas sibi pariunt perturbationes, quas optime evolverunt Eulerus, & Boscovichius. Etsi ob ingentem distantiam nullum in Saturno vertiginis motum detegere valuerimus, eum tamen circa axem revolvi docet Analogia.

Revolutio Saturni Tropica 29.^{a} 164.^{d} 7.^{h} 21.′ 50.″; Syderea major, & differentia 12.^{d} 7.^{h} 14.′ 52, 5″; Synodica 378.^{d} 2.^{h} 8′. 8″; Diameter ex Micrometro 2.′ 31″, 7, seu 28936.^{l} & ad terrestrem pro unitate assumptam ut 10; Volumen 1030.^{es} terrestri major, densitas ad terrestrem, quæ sit = 1 ut 10450; Massa 108.^{es} terrestrem excedens, velocitas in superficie 15P, 83.; Nodi motus nullus, sed cum an. 1744. motum aliquem observasse nonnulli adseruerint, fortasse Satellitum attractio illud efficit quod Luna in terra sphæroidica; aphelii 29.″ ex Cassino, 2.″ ex Halleyo. Multiformem sane efficit Saturnum annulus ille lucidus, quo cingitur ellipticam formam obtinens. Ipsius annuli axis major constans inspicitur, & ad planum orbitæ Saturni inclinatus fere 30.° Micrometro observatus sub angulo comparet 6.′ 40″, 6, seu 67518.^{l}, seu se habet ad terrestrem ut 23, 567: 1. Axis vero minor perpetuis variationibus obnoxius jam explicatur, jam contrahitur. In duplici nimirum positione evanescit annulus. I. Cum ejus planum per tellurem transit, nobisque obvertitur acies ipsius tenuissima. II. Cum planum idem productum intra tellurem cadit, & Solem. Tunc enim Solis radii partem a nobis aversam illuminant, & quoniam ab eodem interrumpuntur, quædam iccirco in Saturni disco obscura fascia conspicitur annuli axes in maxima amplitudine habent se ut 5 : 2. Quid vero de hujus natura dicemus? Meros Satellites esse opinatur Cassinus adeo consertos,

ut se

ut se sub specie continui cujusdam corporis ob nimiam distantiam visendas exhibeant.

Quas retulimus annuli vicissitudines a sirn diverso adparentium orbitarum, in quibus Saturni Satellites feruntur pendere videntur. Eæ enim latissimæ fuhr, & annulus quoque maximam habet amplitudinem, dum illæ cum lineis rectis quasi congruunt; Saturno in eorum nodis diverante, annulus item disparet. Ut Satellitum periodos e Saturno visas respectu æquinoctii determinaret Cassinus an. 1714. Saturnum observavit ab eorum nodis 90^{gr} distantem, invenitque revolutionem periodicam I. $1.^{d}$ $21.^{h}$ 18.′ 27″; II. $2.^{d}$ $17.^{h}$ 44.′ 21″; III. $4.^{d}$ $12.^{h}$ 25.′ 12″; IV. $15.^{d}$ $22.^{h}$ 34.′ 38″; V. $79.^{d}$ $7.^{h}$ 47.′ absolvi. Determinavit simul eorum longitudines e Saturni centro visas, quas ad annum 1760. retulit la Landius, scilicet I. $1.^{sig}$ $5.^{gr}$ 41′; II. $9.^{sig}$ 10^{gr} 18′; III. $4.^{sig}$ $25.^{gr}$ 57′; IV. $0.^{sig}$ $0.^{gr}$ 43′; V. 7^{sig} 10^{gr} 36′. Quid plura? Keplerianæ legi, quam Theor. XVI. retulimus, Satellites ipsos omnino obnoxios deprchendit Cassinus (Mon. Acc. Paris. 1716.). Sæpissime ideo, & exactiori ratione maximam quarti Satellitis a Saturni centro distantiam in majoribus digressionibus determinavit Dom. Pound, atque inde per Kepleri legem aliorum distantiam statuit expressam semidiametris Saturni, ant annuli, qui se habent ut 3 : 7. Itaque juxta Bradleyum distantiam primi in semidiametris annuli 2,097; II. 2,686; III. 3,752; IV. 8,698; V. 25,348, & in min.′, & min″ 0′. 43″, 5; 0′ 56″; 1.′ 18″; 3.′; 8.′ 42′, 5. Ipsorum respective motus diurnus $6.^{s}$ $10.^{o}$ 41.′ 51″; $4.^{s}$ $11.^{o}$ 32.′ 5″; 2^{sig} $19.^{gr}$ 41.′ 25″; $0.^{sig}$ $22.^{gr}$ 34′ 37″; $0.^{s}$ $4.^{o}$ 32.′ 18″. Quinti Satellitis orbitam ad Saturni orbitam 15°, 5 invenit inclinatam Cassinus junior (Mon. Aca. 1714.), dum ipse lineam rectam per Saturni centrum transeuntem describere videretur. Puncti longitudinem, ubi annulus orbitam secat $5.^{sig}$ $19.^{gr}$ 48.′, 5, ubi vero Eclipticam $5.^{sig}$ $16.^{gr}$ 20′ determinavit Maraldus an. 1716.; Unde quatuor primorum Satellitum nodi longitudo innotescit,

De Cometis.

XXXVII. Cometæ, corpora Mundo coæva, & in Planetarum censum cooptanda, in ipsorum regionibus fere, diversantur, ac moventur in orbibus admodum excentricis in perihelio ad sensum parabolicis. Eorum fulgor ille *Adscititius*, qui *Cauda* vulgo audit, vapores sunt in aversam a Sole partem ex ipsis interdum adsurgentes. Nucleum exhibent exiguum, & obscurum, & caudas fulgentissimas, dum ad perihelium delati in Solis Atmospheram altius penetraverint, & vehementius incaluerint.

Postquam Newtonus invenit areas temporibus proportionales cometas verrere, ens e Planetarum genere adfirmare non dubitavit, & res ita successit, ut suæ virium Theoriæ deinceps subiicerentur, eorumque reditus satis exacte statueretur. Halleyus an. 1705., inito calculo, ad periodum 75.a circiter redegit Cometam, qui comparuerat an. 1682. Deduxit inde eumdem omnino fuisse, qui annis observatus fuit 1682, 1607, 1531, 1456, 1380., 1305, ac proinde pollicitus fuerat an. 1759. rediturum Frustra quidem eum tum temporis expectabant Astronomi. Quid vero? Operosissimos calculos refinxit Clairatius, auctore la Landio, qui elementa ad id necessaria illi præbuit, atque hinc ipsum ad an. 1759. revocavit solertissimus vir. Post moram paullo majorem Nuncio paruit Cometa, & Nuncii nomen adeptus est. Cometa etiam annis visus 1532, 1661 A. 1789, aut 1790 reversurus fertur. Ut autem tempus Cometarum periodicus reperiatur, atque inde adventus præteriti

confe-

conferantur, futuri prædicantur, elementa sunt I. *Nodi locus e Sole visus*, II. *orbitæ inclinatio*, III. *Locus*, IV. & *distantia perihelia*, V *Medium transitûs per perihelium tempus*, VI. *Directio motus sive directi, sive retrogradi*.

Nihil quidem triste mortalibus portendunt Cometæ dummodo a tellure satis dissitæ versentur. Si cometa eâdem ac tellus magnitudine donatus 13·90.leu a nobis distaret, seu 31816. mill. Ital. sane æstûs altitudinem excitaret 2000.hex seu $2\frac{1}{4}$ mill. ital. & quidem aquæ terram universam obruerent si nimis moraretur (la Land. Reflex. sur les com. 1773.). Ex 60. cometis qui jam innotescunt 7. aut 8 ad terram accedere possunt, imo in eam impingere, si in nodo tellus eodem tempore quo Cometa aliquis consisteret. Etsi autem careant parallaxi *diurna*, unde enormis eorum distantia eruitur, habent tamen *annuam*, habent stationes, & digressiones, unde merito toto Cœlo errare a Newtono dicuntur ii, qui Cometas in regionem fixarum prope ablegant. Si enim ita esset non magis illustrari deberent a Sole nostro, quam planetæ, qui hic sunt, illustrantur a fixis. Vagantur tamen orbitam percurrendô per immensa illa spatia, quæ nostrum a fixarum systemate dividunt. A Sole propinquiore educuntur caudæ, seu cometarum vapores non quidem ex interiore nucleo, sed ex sibi obversa superficie, quam in volatilem substantiam luce gravidam per *calcinationem* rediguntur. Quando scilicet cometa in perihelio versatur uniri possunt Atmospheræ Solaris particulæ complures Atmospheræ cometicæ tum ob attractionem, tum ob impulsionem; Cometa deinde ad Aphelium progrediens calorem sensim amittit, & quas nactus est particulæ condensantur; Redeunte vero sensim ad perihelium nativam raritatem rursus acquirent particulæ illæ, & per *Volatilizationem* effluent. In planetis vero hoc evenire non posse, & exigua eorum distantiæ a Sole respectu cometarum mutatio, & Atmosphæræ saltem sensibilis in ipsis defectus luculentissime suadent. Maximam exhibuit caudam Cometa A. 1680, cujus perihelia distantia se habebat ad telluris a Sole distantiam ut 6 : 10000, seu 166.ies quam terra Soli vicinior erat; Incaluit igitur juxta Newtonum 27776 ies præ terra in Solstitio æstivo, sed, monente Busonio id referri debet ad spatium dumtaxat 80.' Atqui calor qui tum terra concipit est ad calorem ferri candentis :: 1 : 12; Ergo calorem Cometa ille habuit 2000.ies fere majorem quam ferrum candens, quod calorem tantum servare posset 60000 ann. Hunc Newtoni calculum Busonium se emendaturum promisisse, scio; an fecerit reapse, nescio. Certum est, quod plurium annorum mora circa perihelium exigebatur, ut usque ad centrum incandesceret. Nondum innotuit, necdum fortasse quæsitum est, utrum Cometarum aliquos sui Satellites comitentur. Plura corpora cometaria simul visa, testantur Ricciolius, & la Landius. Sunt ne Planeticolæ, & Cometicolæ? Huygenius, Fontenellius, Buffonius, Bonnetus, la Landius superbiæ eos terricolas arguunt, qui sibi unis Mundum conditum adfirmant; Addunt Dei gloriam exposcere, ut corpora illa immania *Indigena* contemplatore non careant, & acriter ad Physicam inductionem se devovent. Et nos hanc amplectimur; sed nihil solliciti, utrum *reapse habitatores enutriant*, certe Planetas *habitabiles* defendimus. At obstupescit mens torridos Merc. calores. Quid tamen? His fortasse egebit eorum incolarum Physica constitutio. Cometicolæ vero cum in perihelio versantur, aut ab immensa vaporum nubium instar copia, quam caudam diximus, protteguntur, aut eo tempore in abditis cavernis delitescunt, aut longis experientissimi itineribus, sudant, algentque, ac proinde præ nobis philosophicis institutis abundant, præ nobis longæva ætate fruuntur.

DE SOLE

De Sole.

XXXVIII. Sol, ignitus fortasse usque ad centrum globus, & in superficie maxima ex parte inflammatus lucem undequaque diffundit ad sui substantiam pertinentem, sed sine ejus Massæ sensibili decremento; suâ cingitur atmosphærâ huic nostræ simili, fulgines vomit, ingentibus maculis obducitur figurâ variis, colore fuscis, sæpe in latam quamdam nebulam fumi instar abeuntibus. Quamquam vero *immobilitatem* Soli generatim tribuamus, motu aliquo tamen affici debet circa gravitatis centrum saltem nostri systematis, & ita sensim suum in plano Eclipticæ locum mutat, ut obliquitatem, qua Æquatorem intersecat, minuat singulis sæculis 50.′

E macularum ductibus colligimus motum vertiginis in Sole, qui intra 25.d 14.h 8′ absolvitur, & respectû telluris 22.h 20.′ augetur, & tametsi axium discrimen nequeat animadverti, eo tamen nos deducit analogia, ut ejus figuram ad polos nonnihil dehiscere, ad æquatorem adsurgere suspicemur. Igneo autem torrente inundari quis dubitaverit? Etsi enim intervallo a nobis distet ferè 83428032 mill. Ital. terrestria tamen corpora illustrat, calefacit, dilatat, & collecti ejus radii urunt, fundunt, in cinerea, calcemquè redigunt. At præter ignem vehementissimum aliis constare particulis oleosis, sulphureis, bituminosis &c. macularum indoles, & origo testatur: Incredibili igitur usque ad intima agi perfrictione, aut fermentatione oportest, qua lux ea vi extrudatur, ut generalem gravitatis legem continuo elidat. Scilicet lucis materiâ ad vehementiorem intestinum motum concitata, ita sensim subtilissimarum particularum oscillationes increscent, ut arcus attractivos transiliant, & ad eas distantias mutuas deveniant in quibus enormis vigeat vis repulsiva. Etsi vero tanta gaudeat celeritate lumen; ea tamen est ejus tenuitas, ut incursu suo ne levissimam quidem plumulam valeat è loco deturbare, & per chartæ foramen acicula pertusæ ingentis terræ tractus ob reflexos radios perspiciantur. At quid? Hoc ipso phænomeno utitur Eulerus, (Nov. Th. luc. & col.) ut Newtonianam de hac re sententiam evertat. Perperam ni fallor. Quamquam enim concedimus aliquam in radiorum incursu, stupenda eorum subtilitate neglecta, perturbationem oriri posse, novis tamen particulis enormi celeritate succedentibus, illa prius restauraretur, quam posset a nobis observari. Incredibilis ferme macularum varietas. Jam enim oriuntur, jam evanescunt, per gradus jam crescunt, & ea interdum mole, ut terram plusquam mille vicibus superent, ut accidit A. 1706. Parallaxi carere, & respectû centri solaris ab occasu in ortum moveri non dubitamus. Ex Stannyani observationibus constat (Transf. Phil. n. 294.) alias longiori tempore latere quam adparere, alias eodem. Sunt igitur maculæ è fumo, & fuligine sublatis oriundæ, quæ disco Solari minime adhærent, & sunt quæ ex partibus exustis in ingentem molem concrescunt, & in ipso disco versantur. E maculis igitur, quæ veluti nubes concipi solent, è lumine, quod solem ambit in Eclipsibus, & ex illo quod utrinque a Sole in firmam ingentis rhombi sub Zodiaco distenditur (unde *Zodiacale* appellatum est) Atmosphæra Solis eruitur. Eam habet hoc lumen tenuitatem, ut nisi ante auroram, vel post crepusculum conspicuus minime sit.

Exta-

Extabit vero ſupra Horizontem lux illa ſubluſtris dummodo procul a Sole protendatur, & Zodiaci arcus, per quem diffunditur concurrat Horizonti ad angulum paullo majorem. Cum autem Ecliptica inclinata ſit ad æquatorem ſub angulo 23.° 29.′, æquatoris vero ſolaris ab ipſa Ecliptica declinatio 7.° 30′ fere contineat, & poſitionem hujus æquatoris ſequatur lumen illud zodiacale; hinc in Zona torrida ſemper facillime cernitur, in temperatis vero facilius circa vernum æquinoctium veſpere, quam mane circa autumnale. Diameter Solis micrometro inſpectata 31.′ 57.″, 5., ſeu 323155. leuc. & ad terreſtrem :: 112, 79 : 1. Volumen ad terreſtre ut 1400000 : 1; denſitas ut 0, 23463 : 1; Maſſa ut 365412 : 1; Velocitas gravium in ſuperficie 433ᵖ, 81.

De Fixis.

XXXIX. Fixas numero propemodum infinitas remotiſſimas teſtatur parallaxis defectus, quæ ſenſum omnem fugit, & exiguus axis ellipſeos, quam ob annuum telluris motum videntur emetiri arcum majorem, quam 3″, vel 4″ non ſubtendens. Cum autem in tanta a nobis diſtantia *ſcintillanti* fulgore admodum conſpicuæ ſint, hinc totidem ſoles eas ſuſpicamur, & *de ſuo* lumen emittentes. At cur modo apparent, modo diſparent? Cur aliae prodeunt identidem novae, aliaeque ex cognitis evaneſcunt? Ut haec explicemus Maupertuiſianam hypotheſim amplectimur, tametſi primo intuitu parum veriſimilis videatur.

Fama perhibet, ſolertiſſimum Planetarum, & Fixarum aucupem Herſchelium, quem jam nominavimus, duplices, triplices, imo multiplices 400., & ultra fixas inter quas Sirius detexiſſe, quæ haſtenus ſimplices & unicæ cenſebantur. Quanta nobis non polliceamur, aut quouſque limites non protrahat Aſtronomia tum cum nupero Teleſcopio, cujus longitudo 40ᵖ, & apertura 4ᵖ, quod jam munificentiſſimi Angliæ Regis impenſis conſtruitur, Cœlum vir tantus explorare inceperit? Græci 1022. fixas, quas tantum agnoſcebant in 48. *coſtellationes* diviſerunt. In Flamſtedii, & Caillii tabulis fere 5000. adnumerantur, quas in 100. coſtellationes diſtributas exhibet la Landius, adiectis 14, quæ in tabula Flamſtedii Britannica deſiderantur. Quamquam vero Caſſinus cenſuerit, maſſam Sirii, & Solis eſſe ut 1000000 : 1, unde Sirius 100000000000. vicibus tellurem ſuperaret, tamen, cum in tanta ipſarum diſtantia nihil certi liceat definire, magnitudo etiam in ambiguo relinquitur. Vivaciſſima fixarum ſcintillatio pendet a lucis copia, & refractione a motu aeris inæquabili oriunda, undè radii ſingulis momentis in aliud retinæ punctum incidunt, & ſtellæ perceptionem alio ſemper loco excitant; Fit etiam, teſte Newtono, aſcendentium vaporum tremore, ut radii facile de anguſto pupillæ ſpatio per vices detorqueantur, de latiore autem vitri objectivi apertura neutiquam. Et quidem nullam niſi languidam in hyeme ſcintillationem obſervarunt Garcinus (Hiſt. Acc. Pariſ. 1743.) ad portum ſinûs Perſici, ubi aer nitidior, & in Peruvia Condaminius. Quod Democritus & Caſſinus opinati ſunt *Galaxiam* aliaſque lacteas Cœli maculas minimarum ſtellarum congeſtum eſſe ita conglobatarum, ut nequeant diſcriminari inter demonſtrata non eſſe referendum appoſitè duxit la Landius. Optatam fortaſſe præbebit demonſtrationem oculus Herſchelii ſuo Teleſcopio armatus. *Andromedam ex nebuloſis* primam detexit Simon Marius an. 1612.; ſpectabilior ea in gladio Orio-

nis

tis ab Hugenio an. 1656. primum detecta, quæ figuram præbet irregularem, curvam, oblongam, & feptem ftellas uniformiter pallentes. Caillius 42. nebulofas ad Auftrum indicavit, multas alias Meffierus ad Boream obfervavit. Infignior inter variabiles ea fuit, quam Tycho A. 1572. in Cathedra Caffiopeæ obfervavit, Veneri perigeæ fulgore, & magnitudine fupparem, quæ lente decrevit, & Menfe Martio 1754. difparuit, nulli deinceps vifa. Sunt & tres in Cycno a Bayero, Keplero, & P. Anfelmo obfervatæ, præter eas, quas Caffinus junior notavit (Elem. Aftr.). Hifce ftellis plani elliptici parum craffi formam tribuit Maupertuifius (in Difc. de fig Aftr.), cujus optica pofitio *parallela*, *obliqua*, *evanefcens* eas modo confpicuas reddat, modo imminutas, modo haud fpectabiles. Hæc autem pofitionum viciffitudo inde profluit, quod circa eas Planeta quis ingens in Ellipfi volvatur plurimum excentrica. Cæterum eorum opinionem non omnino fpernimus, qui harum ftellarum phænomena maculis adjudicant, quæ fint folaribus fimiles, at multo majores, plures, diuturniores.

Reftat jam, ut de annuo fixarum motu, qui *aberrationis* audit, pauca dicamus. Ab an. 1728. vifæ funt fixæ Ellipfim defcribere, cujus axis tranfverfus 40'', & quæ in plano Eclipticæ abit in *rectam*, in ejus polo in *circulum*. Bradleyo aberrationis Theoriam debemus, quæ fane inter hujus fæculi inventa primas obtinet. Advertit fcilicet animum ad motum telluris combinatum cum lucis motu, invenitque hanc hypothefim cum obfervationibus confentientem. Quum enim angulus aberrationis fit 20'' hæc ftat proportio. Ut velocitas luminis ad velocitatem oculi vel telluris: ita radius ad fin. 20.'' feu ut 10000 : 1. Atqui tempus, quo terra orbitæ fuæ femidiametrum percurreret eft 83707.'; Erit igitur tempus, quo lumen hanc ipfam traiicit 8', 3707; Quod quidem Jovialium ecclipfes antea indicaverant. Si fixæ omnium proximæ diftarent a nobis femidiametris orbis annui 20000 (multo autem magis diftant) earum lux ab iis poft annos fere tres ad nos adpelleret.



D PRO-

PROBLEMI ASTRONOMICI

Data a chiunque la facoltà d' interrogare.

Probl. I.

CAlcolare l'errore probabile, che può derivare dagli ſtrumenti Aſtronomici, con i quali ſi determina l' altezza delle Stelle.

Supponghiamo I. che la *diviſione dol quadrante* ſia matematicamente eſatta, ma che la *direzione della linea di collimazione* ſegni zero, che la *lettura della diviſione ſegnata dall' indice* ſiano ſicure fino ad n'', e non più rigoroſamente. Vi è una eguale probabilità, che l' errore dipendente da ciaſcuna delle due cauſe ſeparare ſtia fra $\pm n''$, e $0''$, e di qui ſi troverà, che l' errore probabile, oſſia quello, per cui vi è una probabilità pari, che non ſia ſuperato dall' errore dell' oſſervazione, è $= \frac{n' \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{17\, n''}{29}$ circa. II. Se poi ſi prende in conſiderazione l' errore nella diviſione del quadrante unitamente agli altri due, e che il limite di tale errore ſia egualmenre n'', allora l' errore di una oſſervazione compoſto dei tre ſuddetti è tra $0'' \pm n''$ ovvero $(\pm 32 - 1)''$, $(\pm 32 - 2)''$ ec. delle quali combinazioni ve ne ſono $8n^3$, e fra queſte $4n^3$ ciaſcuna delle quali eccede $\frac{n''}{1,414}$ (eſſendo n un numero molto grande). Tanto è dunque l' error probabile. Se $n'' = 60''$ l' errore nel I. caſo è di $35''$, nel II. di $42''$ a un dipreſſo.

Probl. II.

Per mezzo delle Stelle circumpolari trovare l' altezza del Polo. Fig. 12.

Sia A una Stella, che deſcriva un cerchio intorno al polo P, e ſia a la ſua maſſima diſtanza dall' Orizzonte, a' la minima, ſarà l' altezza cercata $= \frac{a + a'}{2}$

Probl. III.

Da che riconobbero gli antichi la rotondità della terra, e di qual metodo ſi ſervì Poſſidonio per determinar la grandezza di un ſuo circolo maſſimo?

Siano

Siano A, B due luoghi situati sotto l'istesso meridiano, d stadj la loro distanza itineraria. Passi una Stella veduta dal luogo A elevata sull'Orizzonte di $\frac{1}{m.^{ma}}$ parte del cerchio, e veduta dal luogo B lo rada, sarà tutta la circonf. $C = dm$. Posto dunque, che lo Stadio Egiziano stia alla lega Francese come $p : q$, sarà $C = \frac{d\,m\,q}{p}$

Ora $q : p$ :: 114, 13 : 2283 ovvero :: 1 : 20 prossimamente (*Ruines des monuments de la Grece p.* 55) $d = 3750$, $m = 48$.

Probl. IV.

Come si è conosciuto appoco appoco la lunghezza dell' anno tropico, e in che differisce dal sidereo?

Videro gli Antichi Astronomi, che in a anni ciascuno di b giorni il Sole non tornava precisamente all' Equatore, ma che vi bisognavano di più c, r giorni; conclusero dunque una tal lunghezza $= b + \frac{c,r}{a}$. L'anno sidereo poi dipende dalla precessione degli equinozi.

Probl. V.

Assegnare una formola, che esprima il volume relativo di un qualunque Pianeta.

Siano R, r i diametri apparenti di due Pianeti; D, d le loro medie distanze dalla terra; Δ, δ i loro diametri veri; V, v i volumi si troverà $V : v :: \Delta^3 : \delta^3$, e $\Delta : \delta :: DR : dr$.

Probl. VI.

Costruire un' altra formola, che significhi le Masse dei Pianeti, che hanno Satelliti.

Sia m la massa cercata del pianeta intorno a cui gira il Satellite, d la distanza dalla terra, t il tempo periodico, r il raggio della sua orbita, si troverà (Th. XIV. XVI.) $m = \frac{r\,d^2}{t^2}$.

PROBL. VII.

Assegnare le rivoluzioni periodiche dei Pianeti, ossìa il tempo, che spendono per ritórnare al medesimo punto del Cielo.

Si dedurranno dalla formola $t = \frac{d\sqrt{d}}{\sqrt{m}}$, e dalla osservazione.

PROBL. VIII.

Con qual metodo stabilirono gli antichi l'obliquità dell' Eclittica ?

Sia a la quantità di cui si alza il Sole nel Solstizio di estate sull' equatore, a' la sua altezza nel Solstizio d'inverno avremo l'obliquità $= \frac{a - a'}{2}$. Il metodo poi di Pitea si sviluppa con la figura XIII. dal quale Gassendo inferì l'obliquità dell' Eclittica di 23.° 52' in circa per il tempo, in cui viveva quell' Astronomo.

PROBL. IX.

Come si calcolano le ascensioni rette, le declinazioni, le longitudini, e le latitudini degli astri.

Riesce assai comodo in Astronomia il riferire gli astri all' Equatore. Così nella fig. XIV. si determinerà l'ascensione d'un astro, supposta EQ una porzione dell' Equatore. Passando poi l'astro per il meridiano ad a° di altezza, ed essendo di b° l'altezza dell'Equatore, avremo $a° - b°$ per la declinazione. Nella fig. XV. si vedrà, che un astro puo avere l'istessa longitudine nel tempo stesso, e diversa latitudine.

PROBL. X.

Esporre i varj metodi, per i quali può descriversi una linea meridiana.

I cercati metodi si daranno sulle figure XVI., e XVII., e si osserverà, che uno è più semplice, e più comodo.

PRO-

Probl. XI.

Misurare con uno stile l'altezza meridiana del Sole, o l'arco intercetti tra l'Orizzonte, e il Sole.

Sia AB (fig. XVIII.) una gran Piramide, BCD una linea meridiana, VZ un arco del meridiano, e Z, o z lo Zenit del gnomone. E' chiaro, che la soluzione del Problema dipende dal valore della tangente $t\,H$. Ora si troverà $t\,H = \frac{AB \,.\, c\,H}{c\,B}$; Posto, che da questa formola si rilevi $t\,H = 97586$ parti del raggio $c\,H = 100000$, sarà l'altezza meridiana $H\,v = 447.^{\circ}\ 18'$.

Probl. XII.

Definire per mezzo di crepuscoli quant'altezza basti alla nostra atmosfera, perchè possa trasmettere la luce del Sole fino alla superficie della terra.

Si sa per l'osservazione, che si ha il fine del crepuscolo, quando il Sole ha percorso sotto il respettivo Orizzonte $17^{gr}\ 44'$. Sia dunque in C (Fig. 19.) un osservatore in S il Sole, ED l'altezza cercata. E' chiaro, che $BTC = \frac{DTC}{2} = 8^{gr}\ 52'$. Ora posto il raggio $TD = 10000000 = a$, avremo l'eccesso BE della secante TB sopra il raggio $= 120948 = b$ il raggio della terra $TD = 19641762^{p} = c$ sarà $DE = \frac{b\,c}{a} = 237562^{p} = 18$ migl. Rom. in circa. Ma la refrazione Orizzontale è di $34'$, e qui l'effetto è triplo per gl'intervalli HD, DB, BC, dunque divenendo in tal caso $b = 98689$ sarà $BE = 70$ miglia Ital. Computando poi le riflessioni si trova bastare alla luce un atmosfera alta 10. nostre miglia in circa nel limite, che abbiamo supposto.

Probl. XIII.

Nell'Ipotesi del Ch. Boscovich, che l'aurora Boreale vista simultaneamente da Varsavia, Pietroburgo, Roma, e Lisbona fosse la medesima, calcolarne l'altezza.

Sia (Fig. 20.) P Lisbona, T Pietroburgo, TL, ed LP due tangenti Orizzontali, e nel loro concorso L l'aurora. L'arco $TP = 32^{gr} = 1920$ migl. Ital. Ciò posto si troverà $CL = \frac{Pr \times sen\ LPC}{sen\ PLC} = 3576\frac{2}{3}$; onde $EL = 137\frac{2}{3}$ migl. Ital. in circa.

 Probl.

PROBL. XIV.

Calcolare la caufa, e gli effetti dell'aberrazione nella luce fiderale.

Il Bradley fi accorfe felicemente, che certi avanzamenti, e retrogradazioni apparenti delle Stelle dipendevano dalla compofizione del moto della luce con quello della terra, la di cui ragione è 10313 : 1. Ora fe la linea fegnate dall' occhio, e quella della luce concorrono ad ang. retto l' aberrazione farà fempre di 20". (Fig. 21.) Se ad ang. ottufo di 20" moltiplicati nel feno di queft' angolo (Fig. 22.)

PROB. XV.

Cofa è la parallaffe? e per mezzo di effa trovàre il rapporto fra il diametro del Sole, e quello della Terra. (Fig. 23.)

Il diametro del Sole nella media diftanza comparifce fotto un angolo di 32', 2", e la fua parallaffe 8", 7. Onde il cercato rapporto farà 110, 459 : 1.

PROBL, XVI.

Determinare il femidiametro apparente del Sole, fupponendo la fua longitudine di 70°. 25'. 40", l' eccentricità dell' orbita terreftre 16, 83, il femiaffe maggiore 1000, e il femidiametro medio del Sole 16'. 2", 8.

Quando la longitudine del Sole è 71°. 25'. 40", la fua diftanza angolare dall' apogeo è 99°. 16' — 71°. 25'. 40". Prefa dunque la formola al N. XXVII. fi troverà il femidiametro apparente cercato $2000 \times 962'', 8 \times \frac{1000 - \text{cof. } 27^\circ.\ 30'.\ 20'' \times 16,83}{999716}$

$= 15'.\ 48'',\ 74.$

PRPBL. XVII.

Affegnare per la parallaffe in femidiametri terreftri la diftanza media della Luna, del Sole ec. dalla Terra.

La parallaffe Orizzontale della Luna è 1°. 1'. 25" il di cui logaritmo è 8, 2519868. Con quefti elementi fi troverà la cercata diftanza di 56. fem. terr. in circa.

PRO-

PROBL. XVIII.

Esporre in breve come han pensato intorno al sistema del Mondo i maggiori uomini dell'antichità fino a Copernico.

I Pitagorici abbandonarono il sentimento di Pitagora. Platone, Eudosso, Aristotele, Cicerone ec. lo ristabilirono. Alcuni però seguirono il sistema Egiziano, che presso a poco era quello di Tichone Brahe indicato nella Fig. 24. Quello poi che seguirono i più, e che porta il nome di Tolemaico è espresso nella figura 25.

PROBL. XIX.

Esporre il Sistema di Copernico.

Spariscono i complicati epicicli di Tolomeo, e si spiegano precisamente i fenomeni del Cielo in questo sistema esposto nella fig. 26. Si aggiungono le dovute correzioni.

PROBL. XX.

Spiegare I. il moto diurno di tutto il Cielo II. il moto annuo III. il ritorno delle Stagioni.

I. Basta concepire. che noi giriamo intorno l'asse della terra da Occidente in Oriente (fig. 27.). Con l'istessa facilità si spiegherà il resto nelle fig. 28. 29.

PROBL. XXI.

Determinare il peso assoluto della terra, supposta la sua densità media eguale a quella dell'argilla.

Posto il semidiametro della terra di 19376128P, e che un piede cubico d'argilla pesi libb. 140. si troverà il peso cercato di 4438994 con 18 zeri, cioè ec.

PROBL. XXII.

Per mezzo degli specchj ustorj si può raccogliere un calor sensibile dal lume riverberarorio dalla Luna?

La risposta negativa risulta dalle ingegnose sperienze di Tschirnausen (Mem. Acc. 1699) di De la Hire il figlio col termometro di Amontons, e di Bouguer (Traité d'Optique 1760).

PROBL.

Probl. XXIII.

Determinare la quantità della forza perturbatrice, con cui il Sole diſtrae dalla Terra la Luna.

Sia S il Sole, T la Terra (fig. 30.) L la Luna; ſi faccia SB : SI :: ST^2 : SL^2 ec. ec. Si troverà che la forza perturbatrice cercata AT = 3LC, oſſia è proſſimamente eguale alla differenza tripla delle diſtanze della Luna, e della Terra dal Sole.

Probl. XXIV.

Come potè probabilmente Talete 603. anni avanti l' Era Criſtiana preſagire una Eccliſſe?

Videro gli antichi, che le Ecliſſi non ſuccedevano fra l' anno in un dato tempo uniforme, onde ſtabilirono un periodo (Alm. IV. 2. p. 77.) detto dall' Allejo *Saros*, del quale ſi ſervì egli ſteſſo per predire l' Ecliſſe del 2. Luglio 1684.

Probl. XXV.

Determinare nelle diverſe faſi della Luna la larghezza del ſuo ſegmento luminoſo.

Sia S (fig. 31.) il Sole, T il centro della Terra, C il centro della Luna, AB il ſuo diametro perpendicolare al raggio del Sole, e che divide la porzione illuminata dall' oſcura è facile il trovare, che la larghezza del ſegmento è il ſeno verſo dell' ang. FTC di elongazione.

Probl. XXVI.

Miſurare i monti della Luna, (Fig. 32.)

Sia BM il raggio Solare, che illumina la Luna, BE la parte illuminata, BH l' oſcura. Riſolvendo il triangolo TBOM, e poſto il raggio della Luna $\frac{3}{11}$ del terreſtre, che è 328000 pertiche, ſi avrà HM = 2643 pertiche, oſſia maggiore d'una lega comune.

Probl. XXVII.

Nota l' ora del Plenilunio, la latitudine, e l'inclinazione dell' orbita Lunare, che dipende dal moto orario, trovar l' ora del mezzo dell' Eccliſſe. (Fig. 33.)

Sia

Sia O il punto dell' eclittica opposto al Sole, o il centro della terra in quella distanza, in cui si trova la Luna, OG il semidiametro dell' ombra, L il luogo della Luna al punto dell' opposizione, ELS la sua orbita relativa, OL la sua latitudine, o' distanza dall' eclittica, OM perpendicolare all' orbita relativa ec. Si chiami φ il seno dell' ang. LOM d' inclinazione, ed OL $= l$; sarà LM $= l\varphi$. Se poi sia $m : b$ il rapporto tra il moto orario relativo, ed un' ora, si avrà il tempo che passa tra l' opposizione, e il mezzo dell' Ecclissi, ossia $\Theta = \pm \frac{b l \varphi}{m}$; Il segno $-$ quando cresce la latitudine, il $+$ quando va scemando.

Probl. XXVIII.

Per mezzo del moto periodico della Luna dimostrare la proposizione Neutoniana, che l' attrazione segue la ragione inversa del quadrato delle distanze. (Fig. 34.)

Elementi del Calcolo. Raggio dell' orbita Lunare 1184472000P $= a$; sua rivoluzione tropica 27 g 7.° 43' $= b$; Orbita lunare 7445252571P $= c$ si troverà facilmente AQ $= \sqrt{a^2 + \frac{c^2}{b^2}} - a =$ 15.P Ma la Luna è distante dal centro della terra di 60. semid. terrestri circa ec.

Probl. XXIX.

Qual' è la posizione più favorevole dei Luminari, perchè si abbia la più grande altezza della marea intermedia [Fig. 35.].

In tal caso dovrà essere (n. XXXII.) cos. AH^2 + 3 cos. LA^2 un massimo. Ora facendo successivamente LA $= 9°$, $9° \frac{1}{2}$, $10°$, e perciò AH $= 51°$, $50° \frac{1}{2}$, $50°$, si avrà rispettivamente per le tavole 0, 3961; 0, 4046; 0, 4132; e 2, 9266; 2, 9183; 2, 9095. Il massimo dunque ec.

Probl. XXX.

Dalle frequenti immersioni, ed emersioni dell' intimo Satellite di Giove calcolare la celerità della luce.

Sia nella fig. 36. S il Sole, ACBD l' orbita della terra, I Giove, O l' ombra, M l' intimo Satellite; si dedurrà dall' osservazione, che la luce spende un quarto d' ora in circa a percorrere il diametro dell' orbita terrestre, e perciò ec. ec.

Probl. XXXI.

Assegnare il rapporto tra la tangente della metà dell' anomalia

malia *vera* d'un Pianeta alla tangente della metà dell' anomalia *eccentrica* [Fig. 37.].

Fatta $SB = SM$, e indicato il reſtante della coſtruzione ſi dimoſtrerà, che tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR $:: \frac{RM}{SR + SM} : \frac{RN}{CR + CN}$, che $RM : RN :: CD : CA$, $SR + SM = PR \cdot \frac{SA}{CA}$, $PR = CR + CN$, e perciò tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR :: $CD : SA :: \sqrt{(a^2 - b^2)} : a + b :: \sqrt{(a - b)} : \sqrt{a + b} :: \sqrt{PS} : \sqrt{SA}$ (fatta $CA = a$, $CS = b$). Cioè ec. ec.

Probl. XXXII.

Data l'eccentricità di un' orbita, e il ſeno dell' anomalia eccentrica, trovare la differenza fra le due anomalie *media* ed eccentrica. (Fig. 37.)

Si dimoſtrerà, che il Settor circolare ANSA = ACX Settore dell' anomalia media, onde NCX = CNS, e perciò l' arco NX = ST. Dunque la differenza NX tra l' anomalia eccentrica AN, e l' anomalia media AX è eguale al prodotto dell' eccentricità CS nel ſeno dell' anomalia media ACN. [Fig. 37.]

Probl. XXXIII.

Dato il ſeno dell' anomalia vera ASM, quello dell' eccentrica NCS, e la metà CD dell' aſſe minore calcolare la diſtanza SM. [Fig. 37.]

Condotta NQ parallela al raggio-vettore MS, e fatte le neceſſarie proporzioni ſi troverà $SM = \frac{CD \times \text{ſen. NCS}}{\text{ſen. ASM}}$.

Probl. XXXIV.

Date le diſtanze SA, SP afelia, e perielia, e l' anomalia media AFL, determinare la vera. [Fig. 38.]

Si prolunghi FL coſicchè ſia $LE = LS$. La ſemſomma de' due lati FE, FS, è alla loro ſemidifferenza, come la tangente della ſemiſomma degli angoli adiacenti S, E, alla tangente della lor ſemidifferenza. Ora fatte le debite ſoſtituzioni ſi troverà tang. $\frac{1}{2}$ ASL $= \frac{SP \times \text{ſen AFL}}{AS}$.

Probl.

Probl. XXXIV.

Determinare il rapporto tra la velocità V della terra, e la velocità v di una cometa nell' isteſſa diſtanza dal Sole, ſuppoſta l' orbita terreſtre circolare, e la cometica parabolica. [Fig. 39.]

$V : v :: \sqrt{2} : 1 :: 7 : 5$ in circa.

Probl. XXXVI.

Quanto tempo ſpende un Cometa a percorrere 90° d'anomalia, o l' arco PO? (Fig. 39.)

Sia SP $= 1$, la circonf. TM $= c$, A la lunghezza dell' anno, ſi troverà il tempo cercato $\Theta = \frac{8A}{3c\sqrt{2}} = 109.^g\ 14.^h\ 46.'\ 20''$.

Probl. XXXVII.

Nota l' anomalia vera PTD trovare il tempo ſcorſo dal perielio.

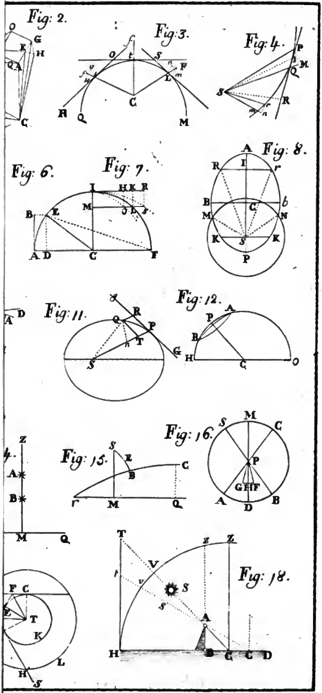
Se RQ $= 1$ ſarà PQ $= \frac{DQ^2}{2}$, l' area DOPQ $= \frac{DQ^3}{3}$, il Δ. DPQ $= \frac{DQ^3}{4}$, onde DOPD $= \frac{DQ^3}{12}$. Chiamata dunque t la DQ tangente dell' angolo DRQ, e Θ il tempo che corriſponde a 90.° d' anomalia, ſarà il tempo Θ impiegato a percorrere PD $= \Theta\left(\frac{t^3 + 3t}{4}\right)$.

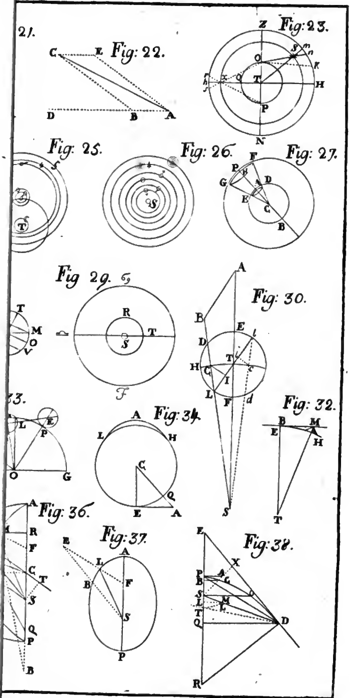
Probl. XXXVIII.

Quanto tempo ſpende un Cometa in precorrere 47° d' anomalia?

Poichè tang. $23°\frac{1}{2} = 0,4348124$, e il cubo $= 0,0829$ ſi troverà $\Theta = 28°$.

XXXVI 2




21.
Fig: 22.
Fig: 23.
Fig: 25.
Fig: 26.
Fig: 27.
Fig 29.
Fig: 30.
33.
Fig: 34.
Fig: 32.
Fig: 36.
Fig: 37.
Fig: 38.